



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE VIÇOSA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA AGRÍCOLA**

fone (031) 899-2729 fax (031) 899-2735 e-mail: dea@mail.ufv.br
36571-000 VIÇOSA - MG - BRASIL

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS E DIMENSIONAMENTO DE ESTRUTURAS PARA CONSTRUÇÕES RURAIS

ENG 350

Prof. Fernando da Costa Baêta
Prof. Valmir Sartor

1999

RESISTÊNCIA DOS MATERIAIS E DIMENSIONAMENTOS DE ESTRUTURAS PARA CONSTRUÇÕES RURAIS

O projeto da estrutura de qualquer edificação, máquina ou outro elemento qualquer é um estudo através do qual a estrutura em si e suas partes componentes são dimensionadas de forma que tenham resistência suficiente para suportar os esforços para as condições de uso a que serão submetidas.

Este processo envolve a análise de tensões das partes componentes da estrutura e considerações a respeito das propriedades mecânicas dos materiais. A análise de tensões, esforços e as propriedades mecânicas dos materiais são os principais aspectos da resistência dos materiais.

A determinação dos esforços e as deformações da estrutura quando as mesmas são solicitadas por agentes externos (cargas, variações térmicas, movimentos de seus apoios, etc.) são os principais aspectos da análise estrutural.

Finalmente, com base em um coeficiente de segurança desejável e na análise estrutural chega-se às dimensões dos elementos estruturais.

1. Tensão, Resistência e Coeficiente de Segurança.

1.1. Tensão.

As parcelas de forças interiores de um corpo, que atuam na unidade de superfície de uma seção qualquer desse corpo (1mm^2 , 1cm^2 , 1m^2), denominam-se TENSÕES, sendo também chamadas SOLICITAÇÕES.

As unidades de tensão são as seguintes: t/cm^2 , kg/cm^2 , kg/mm^2 e $\text{Pa} = \text{N/m}^2$.

Distinguem-se dois tipos de tensões:

a) Tensões Normais, que atuam na direção perpendicular à seção transversal da peça, e podem ser:

-tensão de compressão, σ_c (-) ou

-tensão de tração, σ_t (+).

b) Tensões Cisalhantes ou de Corte (τ), que atuam tangencialmente à seção transversal.

Então:

$$\sigma = \pm \frac{P}{A} \quad \text{ou} \quad \tau = \pm \frac{P}{A}$$

Aumentando-se gradativamente a força externa que atua em um determinado corpo, ocorrerá, finalmente, a destruição ou ruptura do mesmo. A tensão calculada com a carga máxima que o corpo suporta (P_{max}) e a seção transversal original (A_o) do mesmo, denomina-se TENSÃO DE RUPTURA ou TENSÃO ESTÁTICA. Ou seja:

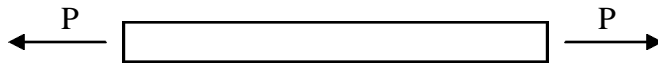
$$\sigma_r = \pm \frac{P_{\text{max}}}{A_o}$$

1.2. Resistência

Um elemento estrutural pode ser levado à ruptura de diversas maneiras, de modo que se pode distinguir diversas espécies de RESISTÊNCIAS a serem oferecidas por estes elementos, quais sejam:

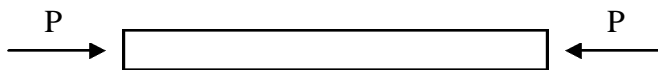
a) Resistência à tração.

Verifica-se em tirantes, hastes de treliças, pendurais, armaduras de concreto armado, etc.



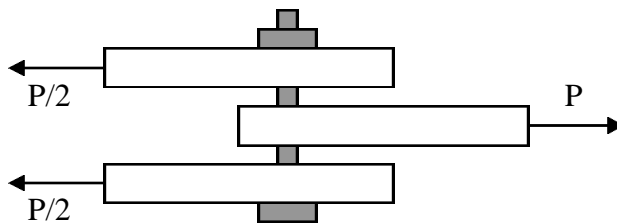
b) Resistência à compressão.

Verifica-se em paredes, pilares, apoios, fundações, etc.



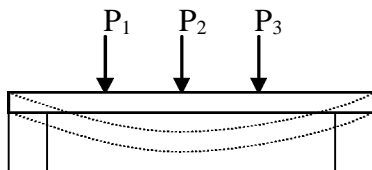
c) Resistência ao cisalhamento ou corte.

Verifica-se no corte de chapas, nos rebites, pinos, parafusos, nós de tesoura de telhados, etc.



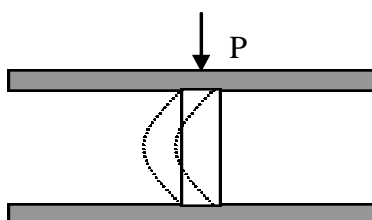
d) Resistência à flexão.

Verifica-se em vigas, postes engastados, etc.



e) Resistência à flambagem.

Verifica-se nos elementos estruturais solicitados à compressão e que apresentem seção transversal com dimensões reduzidas quando comparadas com o comprimento. Por exemplo: colunas, escoras, pilares, hastes e outros elementos estruturais com cargas de compressão atuando paralelamente ao eixo longitudinal da peça.

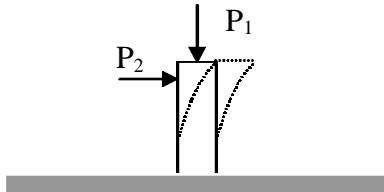


f) Resistência à torção.

Ocorre com menor frequência em elementos de construção. A torção produz um deslocamento angular de uma seção transversal em relação a outra. A resistência à torção está relacionada à resistência ao cisalhamento. Verifica-se em vigas com cargas excêntricas, vigas curvas, eixos, parafusos, etc.

g) Resistência composta.

Verifica-se em elementos estruturais que são submetidos simultaneamente por diversos tipos de solicitações.



As resistências dos materiais de construção são determinadas em “Máquinas Universais de Ensaio”, obedecendo procedimentos rotineiros, que são padronizados pela ABNT (Associação Brasileira de Normas Técnicas).

Os valores obtidos variam de acordo com o material, de material para material, e de acordo com o tipo de carga aplicada.

Em algumas estruturas, como por exemplo pontes, deve-se considerar, além da resistência estática a resistência do material à fadiga, aplicando-se cargas variáveis, alternadas e oscilantes.

1.3. Coeficiente de Segurança (Trabalho) e Tensão Admissível

Nas aplicações práticas só pode ser admitido (TENSÃO ADMISSÍVEL) uma fração das resistências máximas ou de ruptura (TENSÃO DE RUPTURA) apresentadas pelos diversos materiais. Isto, para prevenir o aparecimento de deformações excessivamente grandes ou, até mesmo, o rompimento do elemento estrutural. Assim:

$$\sigma_{adm} = \frac{\sigma_r}{v}$$

O COEFICIENTE DE SEGURANÇA depende dos seguintes fatores: consistência da qualidade do material; durabilidade do material; comportamento elástico do material; espécie de carga e de solicitação; tipo de estrutura e importância dos elementos estruturais; precisão na avaliação dos esforços e seus modos de atuarem sobre os elementos; construtivos; e qualidade da mão de obra e controle do qualidade dos serviços.

Os progressos constantes na teoria da estática das construções, o aprimoramento da qualidade dos materiais e um controle de execução de obras cada vez mais efetivo, têm nas últimas décadas, permitindo a redução constante dos coeficientes de segurança:

Aço.....	v = 1,5 a 2 (correlação ao escoamento)
Ferro fundido...	v = 4 a 8
madeira.....	v = 2,5 a 7,5
Alvenaria.....	v = 5 a 20

Na escolha do coeficiente de segurança, com conseqüente determinação da tensão admissível, o calculista deve freqüentemente consultar prescrições, regulamentos e resultados de ensaios que são continuamente atualizados e publicados por órgãos oficiais.

Na falta de valores de tensão admissível determinados especificamente para o material que se vai utilizar, as Tabelas a seguir fornecem os valores médios para diversos materiais de construção.

TENSÕES ADMISSÍVEIS (de Trabalho) e PESOS ESPECÍFICOS para Diferentes Materiais de Construção.

Materiais	p. Espec. (kg/m ³)	Tração (kg/cm ²)	Compressão (kg/cm ²)	Cisalhamento (kg/cm ²)	Flexão (kg/cm ²)
FERRO					
Laminado	7650	1250	1100	1000	1250
Fundido	7200	300	800	240	300
MADEIRAS*					
Duras	1050	110	80	65	110
Semi-duras	800	80	70	55	80
Brandas	650	60	50	35	55
ALVENARIA					
Pedra	2200	-	17	-	-
Tijolos comuns	1600	-	7	-	-
Tijolos furados	1200	-	6	-	-
Tij. Prensados	1800	-	11	-	-
CONCRETOS					
Simple 1:3:6	2200	-	18	-	-
Armado 1:2:4	2400	-	45	-	-
Ciclópico 1:3:6	2200	-	18	-	-

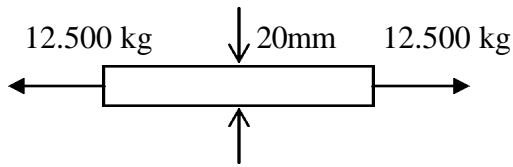
* Compressão paralela às e cisalhamento perpendicular às fibras.

Propriedades Mecânica e TENSÕES ADMISSÍVEIS (de Trabalho) de Algumas Madeiras Brasileiras.

Madeiras		Peso específico (a 15 % de umidade) kgf/m ³	Módulo de Elasticidade E _m (flexão) Kg/cm ²	Tensões admissíveis (Peças de 2 ^a categ.) kg/cm ²				
Nomes vulgares	Nomes botânicos			Compressão		Flexão e tração σ _f = σ _t	Cisalhamento	
				σ _c	⊥ σ _c		Ligações	Vigas
Maçaranduba	Manikara	1200	183 000	130	39	220	25	17
Ipê tabaco ou Ipê amarelo	Tecoma eximia	1030	153 800	124	37	219	20	13
Eucalipto citriodora	Eucalyptus citriodora	1000	136 000	100	30	170	22	15
Ipê roxo ou Ipê preto	Tecoma lipetiginosa	960	165 000	138	41	231	22	14
Gonçalo Alves ou Guanta	Astronium fraxinifolium	910	141 000	126	38	181	28	19
Canafistula	Cassia ferruginea	870	122 400	115	35	154	19	13
Andiroba	Carapa guianensis	720	116 000	75	22	120	15	10
Peroba de Campos ou Ipê Peroba	Paralecoma peroba	720	119 600	93	28	148	18	12
Pinho do Paraná ou Pinho Brasileiro	Araucaria Angustifolia	540	105 225	51	15	87	9	6

1.4. Aplicações

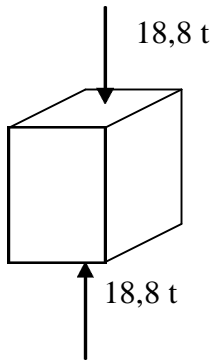
- a) A carga de ruptura por tração de uma barra redonda de aço, com diâmetro de 20 mm, é de 12.500 kg. Qual é a resistência à tração desse aço e qual é o coeficiente de segurança existente quando $\sigma_{adm} = 1.400 \text{ kg/cm}^2$?



$$s_r = \frac{P_{m\acute{a}x}}{A_0} \Rightarrow \frac{12.500 \text{ kg}}{\pi \cdot 2^2 / 4 \text{ cm}^2} \Rightarrow 3.981 \text{ kg/cm}^2$$

$$n = \frac{s_r}{s_{adm}} \Rightarrow \frac{3.981 \text{ kg/cm}^2}{1.400 \text{ kg/cm}^2} \Rightarrow 2,84v$$

- b) Um prisma de madeira de pinho com seção 6x6 cm é comprimido paralelamente às fibras. Verifica-se a ruptura quando a carga atinge 11,8 t. Qual a resistência à compressão dessa madeira e a σ_{adm} quando $v = 4$?



$$s_r = \frac{P_{m\acute{a}x}}{A_0} \Rightarrow \frac{11.800 \text{ kg}}{36 \text{ cm}^2} \Rightarrow 328 \text{ kg/cm}^2$$

$$s_{adm} = \frac{s_r}{n} \Rightarrow \frac{328 \text{ kg/cm}^2}{4} \Rightarrow 82 \text{ kg/cm}^2$$

- c) Um pilar está carregado com 35 t. Com que carga dever-se-á registrar a ruptura se o mesmo foi calculado com coeficiente de segurança igual a 8 ?

$$s_{adm} = \frac{s_r}{n} \Rightarrow s_r = n s_{adm} \therefore \frac{P_{m\acute{a}x}}{A} = n \cdot \frac{P_{adm}}{A}$$

Ou seja, $P_r = v \cdot P_{adm} = 8 \times 35 \text{ t} = 280 \text{ t}$

2. Deformação e Leis da Deformação

2.1. Elasticidade e Plasticidade

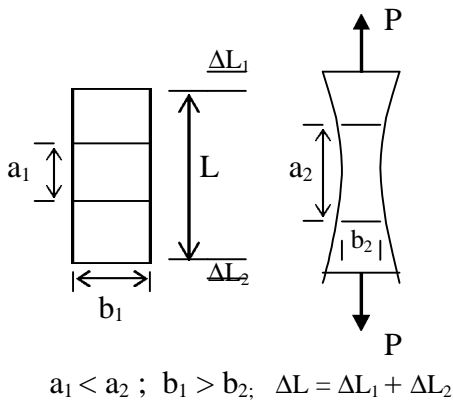
Todo corpo sujeito a forças externas sofre deformação. As deformações lineares, que ocorrem na tração e na compressão, são expressas em função da VARIACÃO DE COMPRIMENTO (ΔL) e do COMPRIMENTO ORIGINAL (L), resultando assim, na expressão DEFORMAÇÃO RELATIVA (ϵ), ou seja:

$$\epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

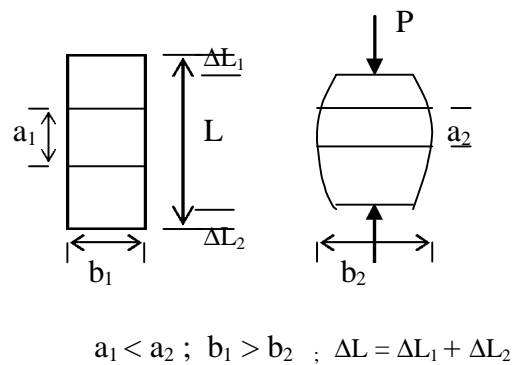
No cisalhamento, as deformações são angulares.

As deformações a que corresponde cada tipo de esforços são:

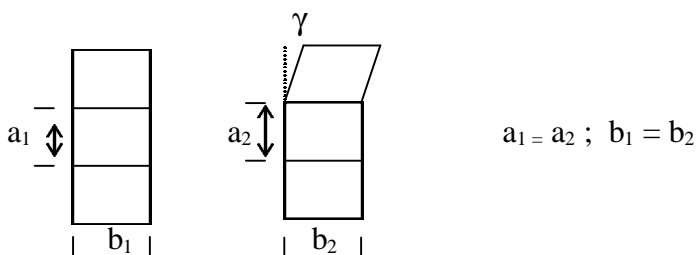
- tração: alongamento



- compressão: encurtamento



-cisalhamento: escorregamento



Se cessada a aplicação da força, o corpo retoma seu estado inicial, diz-se que o corpo é ELÁSTICO, a exemplo do aço, borracha, madeira (até certo limite), etc.

Se cessada a força, o corpo permanece em sua forma atual, o material é PLÁSTICO, a exemplo do chumbo, argila, etc.

A maioria dos materiais apresentam as duas características, dependendo da intensidade dos esforços a que estão submetidos. Até certo limite de carga atuam como elásticos e partir daí como plásticos.

Não existe material perfeitamente elástico. Permanece sempre uma deformação residual, praticamente nula, chamada DEFORMAÇÃO PERMANENTE OU RESIDUAL.

2.2. Deformação Transversal

Foi mostrado anteriormente que qualquer corpo sob à ação de forças externas (tração e compressão) apresenta deformação longitudinal (ϵ). Simultaneamente ocorre também deformação transversal (ϵ_q).

Na tração ocorre contração transversal e na compressão ocorre alongamento transversal.

$$e_q = \frac{\Delta d}{d}$$

Obs: Nos desenhos da página anterior, $\Delta d = b_2 - b_1$.

Os ensaios mostram que a relação entre a deformação longitudinal e a transversal é aproximadamente constante. Esta relação é denominada COEFICIENTE DE POISSON (m), matematicamente representada por:

$$m = \frac{\epsilon}{\epsilon_q} \quad \text{Para os metais "m" varia de 3 a 4 e para o concreto de 4 a 8.}$$

2.3. Deformação no Cisalhamento

Sua grandeza é definida como deformação angular (γ), conforme desenho do item 2.1.

$$\gamma = \frac{\Delta_y}{\Delta_x}$$

Nas tensões normais, $\epsilon = \sigma/E$. Identicamente, pode-se expressar o ESCORREGAMENTO RELATIVO (γ) empregando-se o MÓDULO DE ELASTICIDADE TRANSVERSAL. (G) e a TENSÃO CISALHANTE (τ), ou seja:

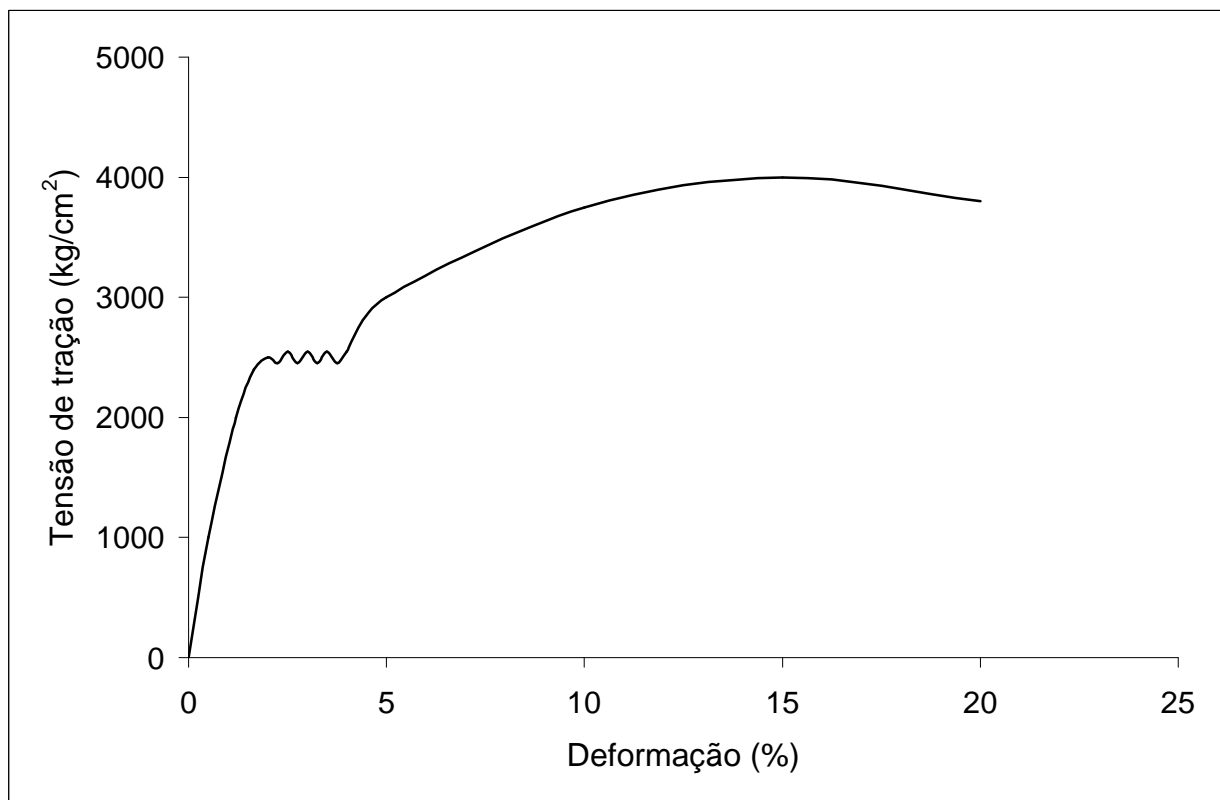
$$\gamma = \frac{\tau}{G}$$

Entre o Módulo de Elasticidade (E) e o Módulo de Elasticidade Transversal (G), existe uma relação devido à dependência de alongamentos transversais e longitudinais, que pode ser expressa com o auxílio do Coeficiente de Poisson (m), ou seja:

$$G = \frac{m}{2(m+1)} \times E$$

2.4. Comportamento do Aço de Construção no Ensaio de Tração.

Em laboratório são realizados testes para obter o comportamento dos diversos materiais. Nas "Máquinas Universais de Ensaio" pode-se medir as deformações correspondentes aos diversos tipos de esforços externos até à ruptura. Os dados obtidos possibilitam traçar o diagrama tensão-deformação para cada material. O diagrama característico do aço de baixa resistência para construção esta apresentado abaixo:



Onde: APEFBZ = Diagrama Tensão-Deformação de Tração,
P = Limite de proporcionalidade,
E = Limite de elasticidade,
F = Tensão de escoamento,
B = Ponto de força máxima, e
Z = Ruptura.

A partir do ponto F as deformações do corpo continuam a aumentar até um certo limite, para um mesmo valor de tensão aplicada, ocorrendo escoamento no interior do corpo e provocando deformação quase sempre visual, com posterior rearranjo de sua estrutura, normalmente capaz de suportar maiores cargas.

Desta forma, para efeitos práticos, a tensão admissível é assim calculada: $\sigma_{adm} = \frac{\sigma_F}{v}$

A resistência máxima é dada por: $\sigma_{max} = \frac{P_{max}}{A_o}$

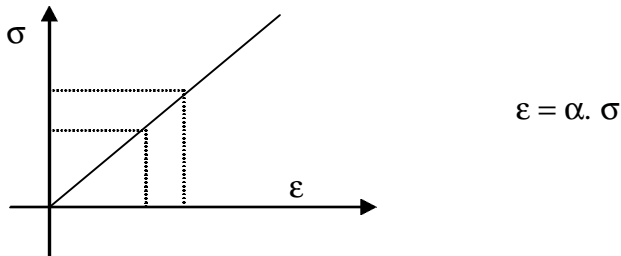
O alongamento total até à ruptura é dado por: $\delta = \frac{\Delta L_{max}}{L_o}$

2.5. Materiais Dúcteis e Quebradiços

Dá-se o nome de DUCTIBILIDADE à propriedade apresentada pelos materiais que têm grandes alongamentos de ruptura, ou seja, apresentam grandes deformações antes de romperem (caso do aço e do alumínio). Se a ruptura ocorre de súbito, já com pequenos alongamentos, diz-se que o material é QUEBRADIÇO ou frágil, sendo sensível a pancadas e sollicitações do tipo vibratório (caso do ferro fundido e do concreto).

2.6. Lei de Hooke e Módulo de Elasticidade

No intervalo em que o diagrama tensão-deformação se desenvolve retilineamente, as tensões são proporcionais às deformações. Matematicamente pode ser traduzida:



Onde α é o COEFICIENTE DE ELASTICIDADE, número que expressa o alongamento da peça (ΔL) por unidade de tensão (σ).

Como α é muito pequeno, normalmente trabalha-se com o seu inverso, ou seja: $E = \frac{1}{\alpha}$

Onde E é denominado MÓDULO DE ELASTICIDADE, que substituído na equação anterior obtêm-se a expressão clássica de HOOKE:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$$

O módulo de Elasticidade (E) é definido como sendo a tensão imaginária (ideal, e medida em kg/cm^2) que na tração seria capaz de duplicar o comprimento original da peça.

Valores aproximados de Módulo de Elasticidade (em kg/cm^2) para alguns materiais são os seguintes:

Aço	2.100.000
Ferro fundido.....	1.000.000
Concreto	20.000 à 400.000
Alvenaria de Tijolo.....	20.000 à 200.000
Madeira de Pinho (II à fibra)....	1000.000
(⊥ à fibra)....	3.000

2.7. Variação de Comprimento devido à Variações de Temperatura.

O aquecimento das estruturas causa DILATAÇÃO das mesmas, enquanto o arrefecimento causa CONTRAÇÃO . Estas deformações podem causar tensões internas nos materiais dos elementos estruturais, semelhantes àquelas devido à esforços externos.

Para evitar tensões adicionais nas estruturas, deve-se:

- empregar apoios móveis e/ou
- juntas de dilatação.

A dilatação ou compressão das peças estruturais pode ser calculada pela equação:

$$\Delta L = \pm \alpha_t \cdot \Delta t \cdot L$$

Onde, L = comprimento do elemento estrutural

Δt = variação de temperatura do elemento estrutural, e

α_t = coeficiente de dilatação térmica

O coeficiente de dilatação térmica (α_t), indica a variação de comprimento do elemento estrutural para cada 1°C de mudança de temperatura do mesmo.

Alguns valores aproximados de α_t , são

aço.....	0,000012 °C ⁻¹
ferro fundido e concreto.....	0,000010 °C ⁻¹
alvenaria de tijolo.....	0,000005 °C ⁻¹
madeira.....	0,000003 °C ⁻¹

Para estruturas de concreto considera-se, em geral, uma variação de temperatura de $\pm 20^\circ\text{C}$, e para as estruturas metálicas, de $\pm 35^\circ\text{C}$.

A retração de argamassa pela evaporação da água tem ação semelhante à variação de comprimento provocada pela diminuição de temperatura. Nas estruturas em concreto simples e concreto armado, a retração deve ser considerada correspondente à uma queda adicional da temperatura de aproximadamente 20°C .

2.8. Aplicações

- a) Uma barra de aço circular com 50 cm de comprimento e 22,6 mm de diâmetro, solicitada por uma força de tração de 8.000 kg, apresenta num comprimento de 20 cm um alongamento de 0,19 mm. Calcular a tensão atuante (σ), o alongamento relativo (ϵ), o módulo de elasticidade (E). Finalmente, determinar a resistência de ruptura e o alongamento percentual, tendo a peça rompido sob a carga de 16.600 kg e sendo, então, a distância entre as referências de 24,6 cm.

$$\sigma = P/A = 8.000/(\pi \times 2,26^2/4) = 1.994 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\epsilon = \Delta L/L = 0,019/20 = 0,00095.$$

$$E = 1/\alpha = \sigma/\epsilon = 2.000/0,00095 = 2.105.263 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_r = P_{\text{máx}}/A_o = 16.600/(\pi \times 2,26^2/4) = 4.138 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\delta_{\%} = 100 \cdot \Delta L/L_o = 100 \times (24,6 - 20)/20 = 23 \text{ \%}.$$

- b) Um tirante de aço de um telhado tem 18 m de comprimento e 2,8 cm de diâmetro, deve resistir a uma força de tração de 9.600 kg. Calcular sua variação de comprimento total, devido à força aplicada e devido à uma variação de temperatura de $+ 35^\circ\text{C}$.

Alongamento do tirante devido à força:

$$\epsilon = \Delta L/L \quad \text{e} \quad \epsilon = \sigma/E, \quad \text{então,} \quad \Delta L = (L \cdot \sigma)/E.$$

Considerando $E = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$, e

$$\sigma = 9.600/(\pi \times 1,4^2) = 1.560 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\Delta L = (1.800 \times 1.560)/2.100.000 \Rightarrow \Delta L = 1,34 \text{ cm}.$$

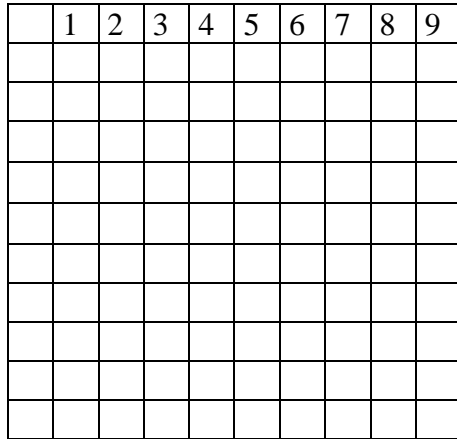
Alongamento do tirante devido à variação de temperatura:

$$\Delta L_t = \alpha_t \cdot \Delta t \cdot L = 0,000012 \times 35 \times 1.800 \Rightarrow \Delta L_t = 0,76 \text{ cm}.$$

$$\Delta L_{\text{total}} = 1,34 \text{ cm} + 0,760 \text{ cm} = 2,1 \text{ cm}.$$

c) Calcular a espessura das juntas de dilatação para um terreiro de café de 100 x 100m, que será construído em concreto. As juntas serão colocadas nas duas direções a cada 10m.

Considerando que o terreiro foi feito no inverno, é possível um Δt de aproximadamente 40°C. E, como haverá juntas nas duas direções, pode-se considerar dilatação linear.



$$\Delta L = \alpha_t \cdot L \cdot \Delta t$$

$$\Delta L = 0,000010 \times 100 \times 40$$

$$\Delta L = 0,04 \text{ m} = 4 \text{ cm} = 40 \text{ mm.}$$

Como, em 100m pode-se contar com 9 juntas para acomodar a dilatação total, tem-se: 40 mm/9 juntas = 4,4 mm/junta. (mínimo).

3. Dimensionamento de Elementos Tracionados e Comprimidos

3.1. Dimensionamento de Elementos Tracionados

Nos cálculos de resistência à tração, devem ser considerados todos os enfraquecimentos na seção transversal, provocados por orifícios de rebites, parafusos e pinos, enchimento, encaixes de qualquer espécie, recortes e roscas.

3.1.1. Aplicações

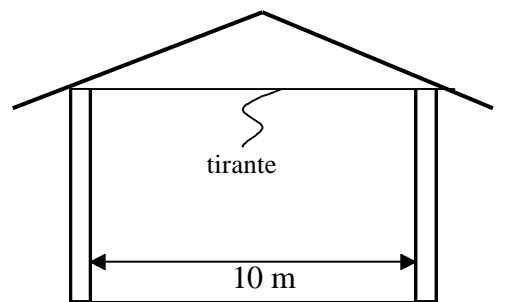
a) Um tirante de telhado tem 10m de comprimento e deve resistir a uma força de tração de 8.600 kg. Calcular o diâmetro do tirante a ser executado em aço redondo de forma que o mesmo tenha rosca de 1,5mm de profundidade.

Dados: $\sigma_{adm} \text{ aço} = 1.600 \text{ kg/cm}^2$; e
 $E_{\text{aço}} = 2.100.000 \text{ kg/cm}^2$.

$$\sigma = P/A \quad \therefore \quad A_{nec} = P/\sigma_{adm}$$

$$A_{nec} = 8.600 / 1.600 = 5,4 \text{ cm}^2$$

$$A_{nec} = \pi \times d^2/4 = 5,4 \text{ cm}^2 \quad \therefore \quad d = 2,5 \text{ cm} = 26 \text{ mm.}$$

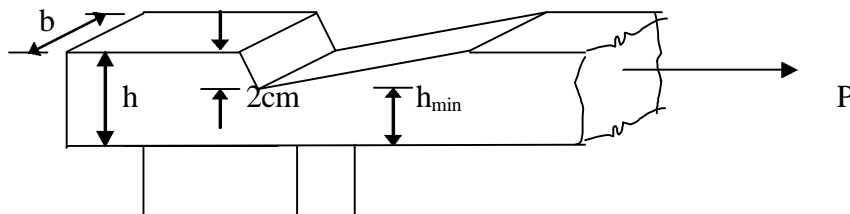


Para que seja confeccionada a rosca, o tirante deverá ter um diâmetro de:

$$d_{final} = 26 \text{ mm} + 3 \text{ mm} = 29 \text{ mm.}$$

b) Substituir o tirante de aço acima por um tirante de madeira (Eucalipto citriodora), considere um enfraquecimento de 2,0 cm, conforme desenho abaixo. Dimensionar o referido tirante (valores de “b” e “h”).

Dados: $\sigma_{adm. tr.} = 170 \text{ kg/cm}^2$; $E = 136.000 \text{ kg/cm}^2$; $P = 8.600 \text{ kg}$; $L = 10\text{m}$.



Dimensionar sem considerar o enfraquecimento:

$$\sigma = P/A \quad \therefore \quad A_{nec} = P/\sigma_{adm}$$

$$A_{nec} = 8.600 / 170 = 50,5 \text{ cm}^2$$

$$A_{nec} = b \times h_{min} = 50,5 \text{ cm}^2 \quad \therefore \quad \text{adotando-se: } b = 7 \text{ cm.}$$

$$h_{min} = 50,5 / 7 = 7,2 \text{ cm}$$

Logo, $h = h_{min} + \text{enfraquecimento} \Rightarrow h = 7,2 + 2 = 9,2 \text{ cm}$

Resposta: $b = 7 \text{ cm}$ e $h = 9,2 \text{ cm}$.

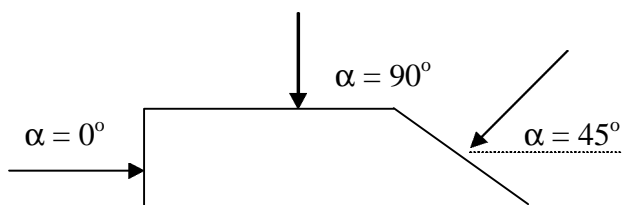
Obs: normalmente o valor de b é menor que o de h.

3.2. Dimensionamento de Elementos Comprimidos

Nas peças comprimidas somente considera-se os enfraquecimentos da seção transversal quando a parte retirada não tiver sido substituída ou for preenchida com material de menor resistência.

No dimensionamento de dois materiais diferentes em contato, considera-se apenas a tensão admissível do material de menor resistência. Assim, o dimensionamento de uma fundação é conduzido de acordo com a tensão admissível do solo e não com o material que a constitui.

No dimensionamento de elementos estruturais de madeira tem-se que considerar o ângulo entre a força aplicada e a direção das fibras. A tabela a seguir exemplifica a relação existente entre ângulo da força e tensão admissível, para uma madeira que possui tensão admissível à compressão paralela de 85 kg/cm^2 e tensão admissível à compressão perpendicular de 20 kg/cm^2 .



Angulo α entre direção da força e direção da fibra.

	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90°
Tensão Admissível de Compressão em kg/cm^2	85	74	63	52	43	35	29	24	21	20

3.2.1. Dimensionamento de Pilares ou Colunas de Alvenaria

Na compressão é importante a relação entre a menor dimensão da seção transversal (d) e a altura (h) da peça.

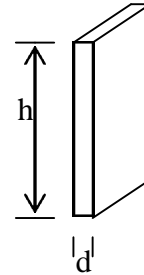
Para efetuar o dimensionamento de um pilar de alvenaria a tensão admissível, a ser considerada nos cálculos, diminuiu à medida que o GRAU DE ESBELTEZ (h/d) aumenta.

A TENSÃO ADMISSÍVEL CORRIGIDA (σ_{adm}) em função do grau de esbeltez é dada por:

$$S'_{adm} = \frac{S_{adm}}{S}$$

onde, para

h/d	=	1	5	10
s	=	1,0	1,4	2,0



Normalmente, não se trabalha com h/d >10, somente em casos especiais.

3.2.1.1. Aplicação

a) Que carga pode suportar um pilar de alvenaria de tijolo maciço comum, $\sigma_{adm}=10 \text{ kg/cm}^2$, com seção de 20 x 25cm e 2 m de altura?

O cálculo do grau de esbeltez é feito com a menor dimensão transversal, ou seja:

$$h/d = 200/20 = 10$$

$$S'_{adm} = \frac{S_{adm}}{S} \Rightarrow \frac{10 \text{ kg/cm}^2}{2} \Rightarrow 5 \text{ kg/cm}^2$$

Então, a carga total admissível para a coluna, sem considerar o peso próprio da coluna, será:

$$P = \sigma_{adm} \cdot A = 5 \times 500 = 2.500 \text{ kg.}$$

Descontando o peso próprio do pilar, uma vez que esta carga também atua sobre o material da base do mesmo, e considerando o peso específico da alvenaria de tijolo igual a 1.800 kg/m^3 , tem-se:

$$P = 2.500 - (0,20 \times 0,25 \times 2 \times 1.800) = 2.320 \text{ kg.}$$

3.2.2. Dimensionamento de Pilares ou Colunas de Madeira ou de Aço

As colunas ou qualquer outro elemento comprimido que seja de madeira ou de aço podem ser dimensionados verificando:

a) A carga máxima que o corpo suporta levando-se em conta a flambagem, empregando-se a equação de Euler ou seja:

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \times E \times I}{v \times L_e^2}$$

Onde:

- P_{crit} = carga crítica admissível, kg;
- E = módulo de elasticidade do material, kg/cm^2 ;
- I = momento de inércia da seção, cm^4 ;
- L_e = comprimento efetivo de flambagem, cm; e
- v = coeficiente de segurança, adimensional.

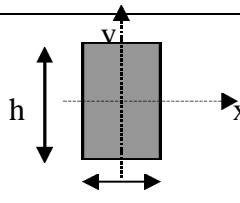
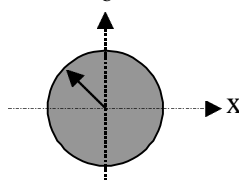
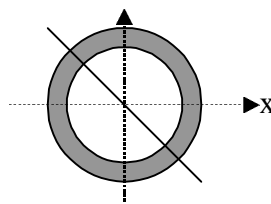
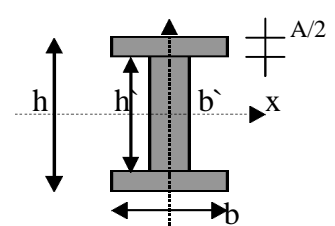
b) A tensão à compressão atuante no material, ou seja:

$$\sigma_{at} = \frac{P}{A} \leq \sigma_{adm} \text{ do material.}$$

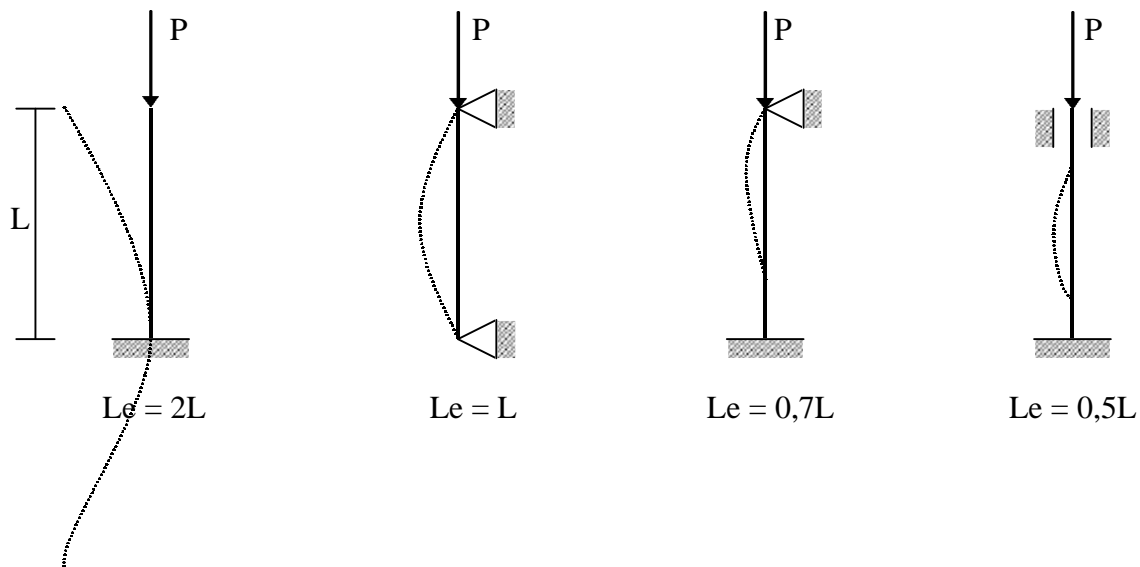
Se as duas condições anteriores são satisfeitas, tudo bem, a coluna é estável.

O Momento de Inércia da seção depende da forma, das dimensões e da orientação da mesma. Para o cálculo de elementos comprimidos simples, emprega-se o menor valor entre as direções “x” e “y”. A tabela a seguir apresenta as fórmulas para algumas seções usuais.

Momentos de Inércia para algumas Seção Usuais (cm⁴).

Seções	Momento de Inércia
Retangular 	$I_x = \frac{bh^3}{12}; \quad I_y = \frac{b^3h}{12}$
Circular Cheia 	$I_x = I_y = \frac{\rho \cdot r^4}{4} = \frac{\rho \cdot d^4}{64}$
Circular Oca 	$I_x = I_y = \frac{\pi(d_1^4 - d_2^4)}{64}$
Perfil I 	$I_x = \frac{bh^3}{12} - 2 \cdot \frac{b' \cdot h'}{12}; \quad I_y = \frac{a \cdot b^3 + h' \cdot A^3}{12}$

O comprimento efetivo de flambagem depende do comprimento de suas extremidades. São quatro os casos a serem considerados:



3.2.2.1. Aplicações

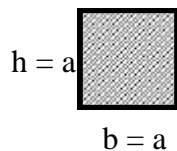
a) Uma coluna de 2 m de comprimento tem seção quadrada e é de pinho. Assumindo $E = 125.000 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{adm} = 120 \text{ kg/cm}^2$ para compressão paralela às fibras, e usando um fator de segurança de 2,5 para calcular a carga crítica de flambagem usando a equação de “Euler”. Determine as dimensões da seção transversal para as cargas de 10.000 kg e de 20.000 kg. Sabe-se que a coluna é articulada nas duas extremidades.

(1) Para a carga de 10.000 kg

Dados: $P_{crit} = 10.000 \text{ kg}$; $E = 125.000 \text{ kg/cm}^2$; $\nu = 2,5$; $L_e = L = 2 \text{ m} = 200 \text{ cm}$

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \times E \times I}{\nu \times L_e^2} \quad \therefore \quad I = \frac{P \times L_e^2 \times \nu}{\rho^2 \times E}$$

$$I = \frac{10.000 \text{ kg} \times (200 \text{ cm})^2 \times 2,5}{\rho^2 \times 125.000 \text{ kg/cm}^2} \Rightarrow 811 \text{ cm}^4$$



$$I = \frac{a^4}{12} \quad \therefore a^4 = 12 \times 811 \text{ cm}^4$$

$$a = (12 \times 811 \text{ cm}^4)^{1/4} \quad \therefore a = 9,9 \text{ cm} \cong 10 \text{ cm}$$

Verificando a tensão normal da coluna:

$$s_{at} = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{10.000 \text{ kg}}{100 \text{ cm}^2} \Rightarrow 100 \text{ kg/cm}^2 < 120 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

Obs: A σ_{adm} já incorpora o coeficiente de segurança.

(2) Para a carga de 20.000 kg:

$$I = \frac{20.000kg \times (200cm)^2 \times 2,5}{\rho^2 \times 125.000 \text{ kg/cm}^2} \Rightarrow 1621 \text{ cm}^4$$

$$I = a^4/12 = 1.621 \text{ cm}^4; \quad a = (12 \times 1621 \text{ cm}^4)^{1/4} = 11,8 \text{ cm} \cong 12 \text{ cm}.$$

Verificando a tensão normal:

$$S_{at} = \frac{P}{A} \Rightarrow \frac{20.000kg}{12cm \times 12cm} \Rightarrow 138 \text{ kg/cm}^2 > 120 \text{ kg/cm}^2$$

Não está bom, portanto deve-se dimensionar pela tensão admissível.

$$A = \frac{P}{S_{at}} \Rightarrow \frac{20.000kg}{120 \text{ kg/cm}^2} \Rightarrow 166,6 \text{ cm}^2$$

$$A = a^2 = 166,6 \text{ cm}^2 \quad \therefore \quad a = 12,9 \cong 13 \text{ cm}.$$

Uma seção 13 x 13 cm é aceitável, pois atende à flambagem e à compressão do material.

b) Determinar o diâmetro de um pilar com 3m de comprimento, para suportar uma carga de 15 toneladas. Considerar: $E = 140.000 \text{ kg/cm}^2$, $\sigma_{adm} = 135 \text{ kg/cm}^2$ para compressão paralela às fibras e coeficiente de segurança 2,5.

Dados: $P_{crit} = 15.000 \text{ kg}$; $E = 140.000 \text{ kg/cm}^2$; $\nu = 2,5$; $L_e = 2.L = 600 \text{ cm}$

$$P_{crit} = \frac{\pi^2 \times E \times I}{\nu \times L_e^2} \quad \therefore \quad I = \frac{P \times L_e^2 \times \nu}{\rho^2 \times E}$$

$$I = \frac{15.000kg \times (600cm)^2 \times 2,5}{\rho^2 \times 140.000 \text{ kg/cm}^2} \Rightarrow 9.770 \text{ cm}^4$$

$$I = \frac{\rho r^4}{4} \quad \therefore \quad r = \sqrt[4]{\frac{9.770cm^4 \times 4}{\rho}} \Rightarrow 10,6 \text{ cm} \quad \text{e} \quad d \cong 22 \text{ cm}.$$

Verificando a tensão normal:

$$S_{at} = \frac{P}{A} \quad \therefore \quad S_{at} = \frac{15.000}{\rho \cdot 11^2} \Rightarrow 39,46 \text{ kg/cm}^2 < 135 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

Obs: Quando a seção for retangular, verificar a flambagem nas duas direções, x e y, e considerar a menor carga crítica como limite.

3.2.3. Dimensionamento de Pilares de Concreto Armado

Para concreto armado, quando a carga normal que atua sobre o pilar não se situa no seu centro de gravidade, diz-se o mesmo está sendo solicitado por uma “flexão composta normal”. Estas sollicitação corresponde à combinação da força normal com o momento fletor devido à excentricidade. Praticamente, não há pilar que não esteja sobre flexão composta, e por isto, as normas determinam que assim devem ser calculados.

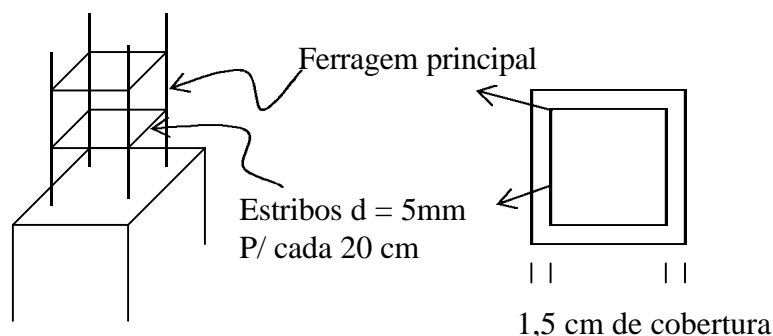
Segundo as normas brasileiras, a menor largura permitida para os pilares é de 20 cm, embora, na prática dimensões menores são usuais.

A tabela a seguir apresenta a ferragem necessária, a carga admissível em toneladas e o comprimento máximo de pilares engastados, de acordo com a seção, tendo como base a Norma Brasileira, NB-1-78, empregado a teoria do Estado Limite Último.

Carga Admissível (toneladas força), Número de ferros com diâmetro em mm e Comprimento Máximo (L) para Pilares Retangulares Sujeitos à Compressão Axial, para um Concreto com f_{ck} (tensão admissível à compressão) $\geq 180 \text{ kg/cm}^2$, e para o Aço C A-50.

Espessura	Largura		
	20 cm	30 cm	40 cm
15 cm	20 t	30 t	40 t
L = 2,25 m	4 Ø 10	6 Ø 10	8 Ø 10
20 cm	24 t	36 t	48 t
L = 3,00 m	4 Ø 10	6 Ø 10	8 Ø 10
25 cm	34 t	51 t	68 t
L = 3,75 m	4 Ø 12,5	6 Ø 12,5	8 Ø 12,5
30 cm	-	60 t	80 t
L = 4,50 m	-	6 Ø 12,5	8 Ø 12,5
35 cm	-	-	97 t
L = 5,25 m	-	-	10 Ø 12,5
40 cm	-	-	115 t
L = 6,00 m	-	-	12 Ø 12,5

OBS: Considerar somente metade da carga admissível quando o pilar teve um extremo engastado e o outro extremo livre.



3.2.4. Tensões Admissíveis do Solo à Compressão e Cálculo de Fundações Diretas

As fundações têm como objetivo compatibilizar a carga transmitida pela obra e a resistência do solo.

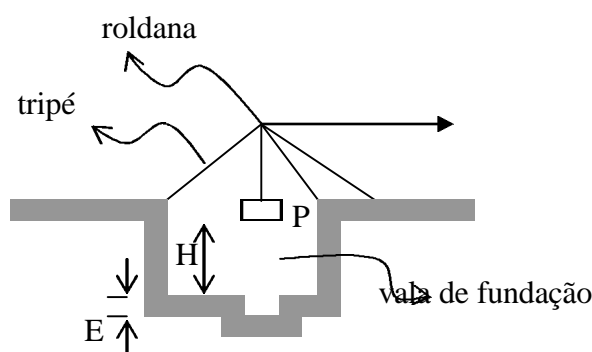
As fundações diretas são assim chamadas por transmitirem a carga diretamente sobre o solo, e a área de contacto é então função da carga e da tensão admissível do solo.

Geralmente as fundações diretas são executadas com 40 a 60 cm de profundidade, dependendo da carga a ser transmitida e do solo, procurando sempre apoiar-las em terrenos firmes.

A tensão admissível ao solo pode ser estimada pelo processo de percurção e empregando a seguinte equação:

$$\sigma_{adm} = \frac{P}{S \times C} \left(\frac{N \times H}{E} + \frac{N+1}{2} \right)$$

Onde:



- σ_{adm} = Tensão Admissível do Solo (kg/cm^2)
- P = Peso (kg)
- S = seção do peso (cm^2)
- C = coeficiente de segurança (5-10)
- N = número de quedas (5-10)
- H = altura de queda (cm)
- E = aprofundamento no solo (cm)

Cada amostragem do método consiste em deixar cair, de uma determinada altura, um peso cilíndrico de valor conhecido, por um determinado número de vezes, e verificar o aprofundamento total causado no solo pelas quedas do mesmo.

A determinação deve ser feita na profundidade em que se vai apoiar a sapata, e deve-se fazer no mínimo 3 amostragens em locais diferentes.

De uma forma geral são encontradas as seguintes tensões admissíveis para os solos:

- | | |
|--|------------------------------|
| 1 - Aterros ou entulhos suficientemente teclados e consolidados..... | 0,5 kg/cm^2 |
| 2 - Aterros de areias sem possibilidade de fuga..... | 1,0 kg/cm^2 |
| 3 - Terrenos comuns, bons, como os argilo-arenosos, embora úmido..... | 2,0 kg/cm^2 |
| 4 - Terrenos de excepcional qualidade como os argilo-arenosos secos... | 3,5 kg/cm^2 |
| 5 - Rocha viva..... | 20,0 kg/cm^2 |

Para calculo das cargas da obra pode-se utilizar a tabela apresentada a seguir:

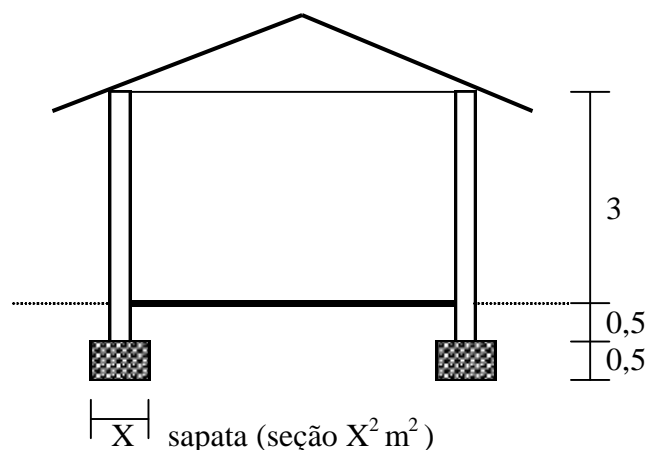
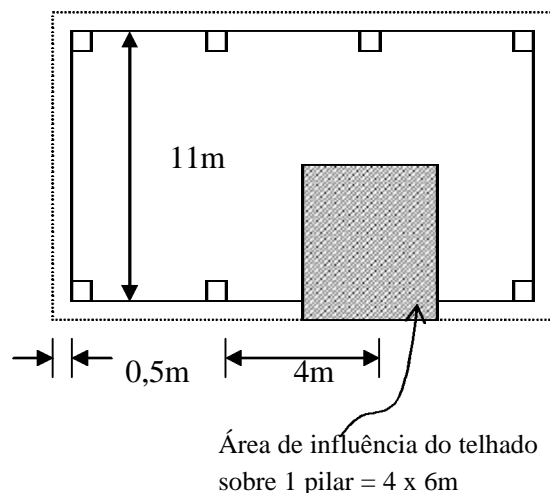
Cargas por Unidade de Área e Peso Específico de Alguns Elementos Construtivos:

Material	Cargas (kg/m ²)	Peso (kg/m ²)	Sobrecarga (kg/m ²)
Telhado colonial	140	-	60
Telhado T. Francesa	125	-	60
Telhado C. Amianto	90	-	60
Laje Maciça ou pré-fabricada de forro	120	-	100
Laje Maciça ou pré-fabricada de piso	160 – 180	-	200 – 600*
Alvenaria Tijolo Maciço	-	1.600	-
Alvenaria Tijolo Furado	-	1.200	-
Concreto Armado	-	2.000 – 2.400	-
Concreto Ciclópico	-	1.800 – 2.200	-
Revestimento Forro	50	-	-
Pavimentos Piso	50 – 80	-	-
Revestimento Parede	25	-	-

* Para depósito vai até 600 kg/m², dependendo do material a ser estocado, enquanto para residências e escritório fica em torno de 200 kg/m².

3.2.4.1. Aplicação

a) Dimensionar as sapatas isoladas de um galpão com cobertura de cimento-amianto, vão de 11 m, beiral de 0,5 m e pé direito de 3 m. Os pilares são de 0,20 x 0,20m, em concreto armado, espaçados de 4 m entre si. Considere a tensão admissível do solo igual a 1,2 kg/cm².



- Área de telhado sobre o pilar:
 $(5,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m}) \times 4 \text{ m} = 24 \text{ m}^2$

- Carga e sobrecarga da cobertura:
 $90 \text{ kg/m}^2 + 60 \text{ kg/m}^2 = 150 \text{ kg/m}^2$
 (ver tabela anterior)

- Carga sobre o pilar:
 $150 \text{ kg/m}^2 \times 24 \text{ m}^2 = 3.600 \text{ kg}$

- Peso do próprio pilar:
 $0,2 \text{ m} \times 0,2 \text{ m} \times 3 \text{ m} \times 2.400 \text{ kg/m}^3 = 288 \text{ kg}$.

- Peso próprio estimado da sapata, considerando-a com altura de 50 cm:
 $0,5 \text{ m} \cdot X \cdot X \cdot 2.200 \text{ kg/m}^3 = 1.100X^2 \text{ kg}$

- Carga total sobre o solo:
 $3.600 \text{ kg} + 288 \text{ kg} + 1.100X^2 \text{ kg}$
 $= (3.888 + 1.100X^2) \text{ kg}$

$$s_{at} = \frac{P}{A} \quad \therefore \quad 12.000 \text{ kg/m}^2 = \frac{(3.888 + 1.100X^2) \text{ kg}}{X^2 \text{ m}^2}$$

$$12.000 X^2 = 3.888 + 1.100X^2 \quad \therefore \quad X^2 = 0,357 \quad \therefore \quad X = 0,60 \text{ m}$$

Obs: A verificação de que a altura da sapata está aceitável é empiricamente feita pela fórmula:

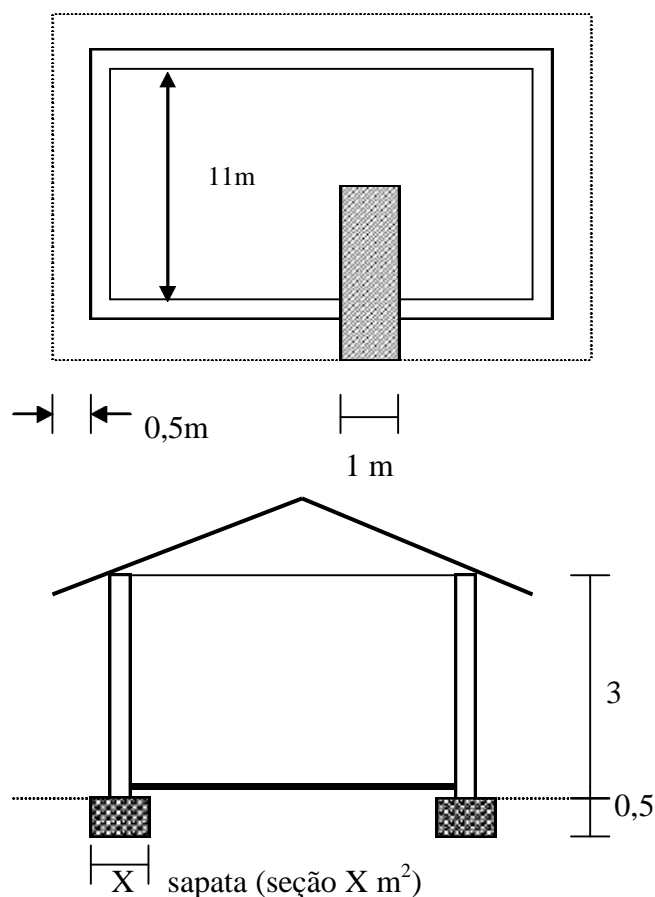
$$h = (B - b) \cdot 0,50 \quad \text{Onde:} \quad \begin{array}{l} B = \text{largura maior da sapata} \\ b = \text{largura menor do pilar} \end{array}$$

$$\text{Portanto:} \quad H = (0,60 - 0,20) \cdot 0,50 = 0,20 \text{ m} < 0,50 \text{ m} \quad \text{OK!}$$

Finalmente, o dimensionamento complementar é feito recortando, se econômico for, o material que estiver fora da linha do ângulo de 60° , na forma de escada, por ser de fácil construção.

- b) Dimensionar as sapatas de um galpão com cobertura de telha cerâmica francesa, vão de 11 m, beiral de 0,5 m e pé direito de 3 m. A estrutura de sustentação da cobertura (engradamento) e o forro, apoia-se sobre a parede de alvenaria. Considere a tensão admissível do solo igual a $1,0 \text{ kg/cm}^2$.

Obs: No caso de instalações onde as sapatas são contínuas, fixa-se 1 m de comprimento da mesma, calcula-se a carga de telhado, forro, da parede e peso próprio da fundação neste comprimento, e acha-se a largura necessária.



1- Telhado

- Área para 1m de parede
 $(5,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m}) \times 1 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$
- Carga e sobrecarga:
 $125 \text{ kg/m}^2 + 60 \text{ kg/m}^2 = 185 \text{ kg/m}^2$
 (ver tabela)
- Peso sobre 1m de parede
 $185 \text{ kg/m}^2 \times 6 \text{ m}^2 = 1.110 \text{ kg}$

2 - Laje do forro

- considerando espessura de 6cm.
- Área para 1m de parede
 $(5,5 \text{ m} + 0,5 \text{ m}) \times 1 \text{ m} = 6 \text{ m}^2$
- Peso próprio: (tabela)
 $2.400 \text{ kg/m}^3 \times 0,06 \text{ m} = 144 \text{ kg/m}^2$
- Carga, sobrecarga e revestimento: (tabela)
 $(144 + 100 + 25) \text{ kg/m}^2 = 269 \text{ kg/m}^2$
- Peso sobre 1m de parede
 $269 \text{ kg/m}^2 \times 6 = 1614 \text{ kg}$

3 - Alvenaria (tijolos furados)

- considerando 20cm de espessura.
- Peso sobre 1m de parede
 $(1.200 \text{ kg/m}^3 \times 0,2 \text{ m} \times 1 \text{ m} \times 3 \text{ m}) = 720 \text{ kg}$

4 – Peso próprio da sapata (concreto ciclópico)
 $(2.200 \text{ kg/m}^3 \times 0,5\text{m} \times 1\text{m} \times X\text{m}) = 1.100X \text{ kg}$

Peso total sobre o solo:

$$(1.100 + 1614 + 720 + 1.100X) \text{ kg} = (3.434 + 1.100X) \text{ kg}$$

levando-se à fórmula, chega-se ao valor de X.

$$S_{at} = \frac{P}{A} \quad \therefore \quad 10.000 \text{ kg/m}^2 = \frac{(3.434 + 1.100X) \text{ kg}}{X \cdot \text{m}^2}$$

$$10.000 X = 3.888 + 1.100X \quad \therefore \quad X = 0,385\text{m} \quad \therefore \quad \text{aproximadamente } 40 \text{ cm.}$$

3.2.5. Problemas Propostos

a) As tesouras de telhado de uma construção transmitem sobre cada pilar, com 3 m de altura, uma carga da ordem de 11.000 kg. Considerando um extremo engastado e o outro livre, e o coeficiente de segurança igual a 3, dimensionar o pilar:

1) em alvenaria. $\sigma_{\text{adm. Comp.}} = 8 \text{ kg/cm}^2$

2) em madeira roliças. $E = 110.000 \text{ kg/cm}^2$ e $\sigma_{\text{adm. Comp.}} = 100 \text{ kg/cm}^2$

3) em concreto armado, especificando a seção, ferragem e resistência do concreto.

b) A asna da tesoura de telhado deve suportar um esforço de compressão da ordem de 1.550 kg. Dimensionar a peça estrutural de forma que uma das dimensões de sua seção seja 7,5 cm. Considerar a peça simplesmente apoiada nos dois extremos, e coeficiente de segurança 3.

Dados: $\sigma_{\text{adm. comp.}} = 90 \text{ kg/cm}^2$; $E = 80.000 \text{ kg/cm}^2$ e $L = 2,10 \text{ m}$.

4. Dimensionamento de Elementos Solicitados ao Esforço Cortante ou Cisalhamento (τ)

A tensão de cisalhamento ou corte atua paralelamente à superfície considerada, produzindo unicamente um escorregamento das seções adjacentes, sem que se altere o seu afastamento mútuo.

Em geral, as tensões não se distribuem uniformemente na seção transversal, mas para simplificar os cálculos, a distribuição uniforme da tensão de cisalhamento é normalmente considerada.

$$\text{Onde:} \quad \tau = \frac{P}{A} \quad \text{ou} \quad A_{\text{nec}} = \frac{P}{\tau_{\text{adm}}}$$

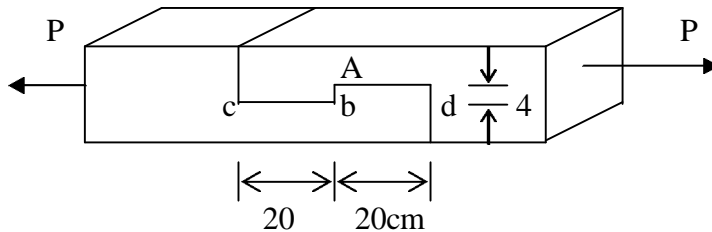
A resistência ao corte tem especial importância nas peças em balanço, ligações de madeira, rebites, parafusos, pinos, etc.

A madeira, devido as suas características estruturais, apresenta resistência ao cisalhamento diferenciada com relação à direção das fibras. Nas tabelas normalmente encontram-se τ_{adm} paralela e perpendicular às fibras, ao contrário dos outros materiais.

4.1. Aplicações

a) Calcular o esforço de tração admissível na emenda abaixo considerando somente os esforços de compressão e cisalhamento.

Dados: $\sigma_{adm. comp.} = 85 \text{ kg/cm}^2$; $\tau_{adm. comp.} = 9 \text{ kg/cm}^2$



1) Compressão admissível na seção a-b:

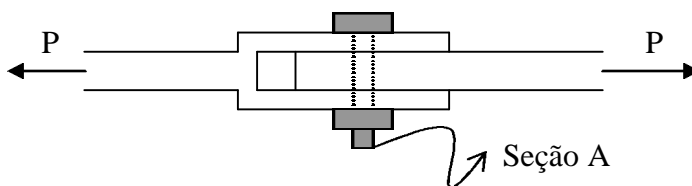
$$Z_{comp.} = A. \sigma_{adm. comp.} = 4 \text{ cm} \times 16 \text{ cm} \times 85 \text{ kg/cm}^2 = 5.440 \text{ kg}$$

2) Cisalhamento ao longo das fibras em a-c ou b-d:

$$Z_{cis} = A. \tau_{adm. par.} = 16 \text{ cm} \times 20 \text{ cm} \times 9 \text{ kg/cm}^2 = 2.880 \text{ kg.}$$

Portanto, a carga máxima admissível é de 2.880 kg.

b) Calcular o diâmetro do pino de aço da figura abaixo, para que a emenda resista 10.000 kg à tração.



$$\tau_{adm.} = 1.200 \text{ kg/cm}^2.$$

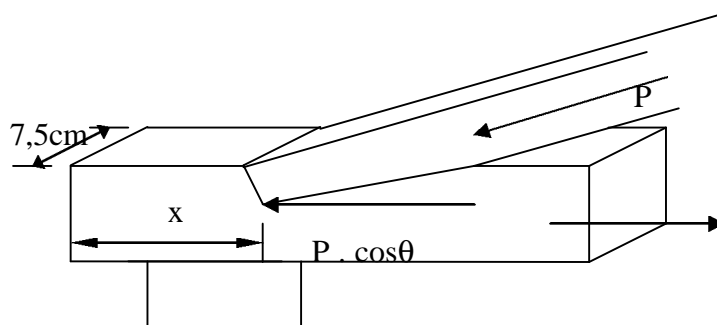
Seção resistindo ao cisalhamento = 2 A

$$P = 2 A. \tau_{adm.}$$

$$A = \frac{P}{2 \tau_{adm.}} \Rightarrow \frac{10.000 \text{ kg}}{2 \times 1.200 \text{ kg/cm}^2} = 4,17 \text{ cm}^2$$

$$A = (\pi d^2)/4 \quad \therefore \quad d = 2,3 \text{ cm}$$

c) Calcular a distância "X" no nó da tesoura abaixo, para que a linha resista ao esforço cortante causado pela força transmitida pela perna da tesoura.



$$\tau_{adm. par.} (\text{peroba rosa}) = 18,1 \text{ kg/cm}^2$$

$$A = X. 7,5$$

$$F = A. \tau_{adm.}, \text{ então}$$

$$P \cos \theta = (X. 7,5 \text{ cm}) \times 18,1 \text{ kg/cm}^2.$$

$$\text{Se, por exemplo, } \theta = 15^\circ \text{ e}$$

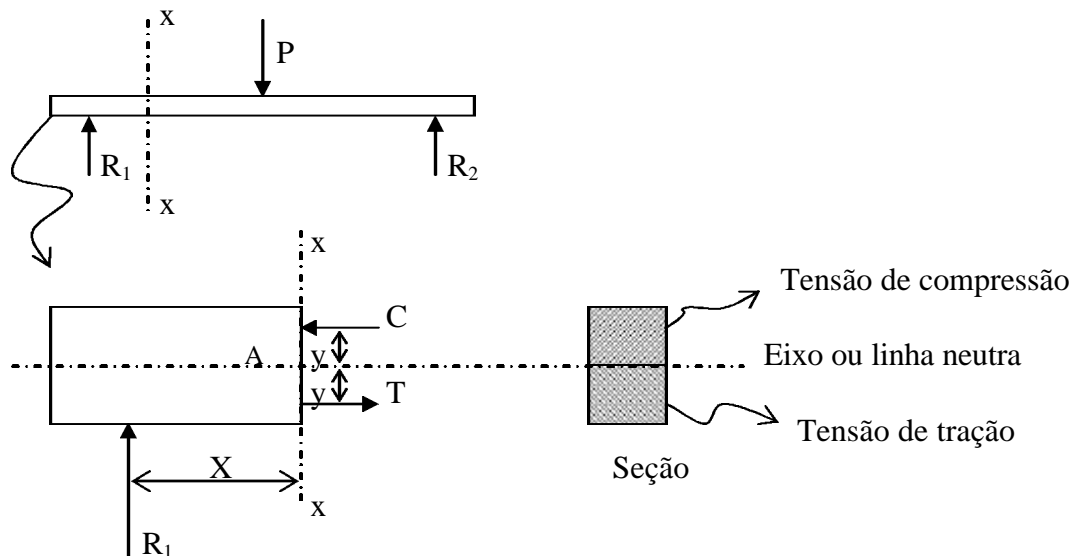
$$P = 2.100 \text{ kg, tem-se:}$$

$$x = \frac{2.100 \text{ kg} \times \cos 15}{7,5 \text{ cm} \times 18 \text{ cm}} \Rightarrow 15 \text{ cm}$$

5. Dimensionamento de Elementos Flexionados ou vigas

Uma peça solicitada à flexão, normalmente chamada de viga, resiste a esforços primeiramente perpendiculares ao seu comprimento. A resistência à flexão é dada pela combinação simultânea da resistência à compressão e à tração.

Existe um plano horizontal separando estes dois tipos de resistência que é chamado SUPERFÍCIE NEUTRA. Nesta superfície não existe nem tensão de tração, nem de compressão.



Considere “C” a resultante de todas as tensões de compressão atuando na parte superior da seção transversal, e considere “T” a resultante de todas as tensões de tração atuando na parte inferior da mesma seção. A soma dos momentos destas tensões é chamada de MOMENTO RESISTENTE. Para que a viga esteja em equilíbrio, o momento resistente deve ser igual ao MOMENTO FLETOR que atua na mesma.

No ponto A: $R_1 \cdot x =$ momento fletor
 $C \cdot y + T \cdot y =$ momento resistente, e
 $C \cdot y + T \cdot y = R_1 \cdot x$

Para qualquer viga o MOMENTO FLETOR MÁXIMO pode ser determinado em função dos esforços externos que atuam na mesma. Para dimensionar uma viga, capaz de suportar estes esforços, precisa-se selecionar um elemento estrutural com uma seção transversal de FORMA, ÁREA e MATERIAL, que seja capaz de desenvolver um momento resistente igual ou maior que o momento fletor máximo, e pode ser equacionado utilizando-se a FÓRMULA FLETORA, em que:

$$M = f \times S$$

Onde: M = momento fletor máximo;
 f = tensão admissível à flexão do material; e
 S = módulo da seção. Sendo que:

$$S = \frac{I}{C}$$

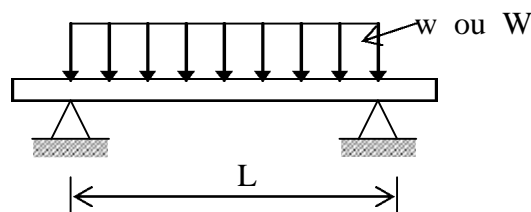
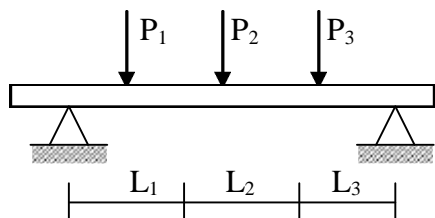
Onde: I = momento de inércia da seção; e
 C = distância do eixo neutro à extremidade superior ou inferior da viga.

Os momentos fletores máximos são tabelados e são função do vão da viga, localização e tipo da carga (concentrada ou uniformemente distribuída) e condição de apoio nos extremos (contínua, engastada ou articulada).

A nomenclatura e representação das cargas são:

a) carga concentradas

b) cargas uniformemente distribuídas



onde: w = carga uniformemente distribuída unitária (ex: 100 kg/m),
 W = carga uniformemente distribuída total ao longo da viga.

5.1. Procedimento no Dimensionamento de Vigas de Madeira

O dimensionamento de Vigas, de uma forma geral, pode ser efetuado na seguinte sequência:

- Calcular as cargas que atuam na viga, incluindo o peso próprio, e fazer um esboço mostrando as forças e suas localizações. Determinar as reações.
- Determinar o **MOMENTO FLETOR MÁXIMO** e calcular o **MÓDULO DE SEÇÃO** ($S = M/f$). Determinar a seção necessária à flexão, tendo em vista que para a madeira, a largura da seção transversal deve ser 1/3 a 1/2 da altura, para peças retangulares.
- No caso de madeira, verificar se a seção encontrada atende à **TENSÃO CISALHANTE HORIZONTAL** (v), ou seja:

$$v = \frac{V \times Q}{I \times S}$$

Onde:

I = momento de inércia da seção

b = largura da viga no local onde v é calculado,

V = força vertical cisalhante total na seção considerada

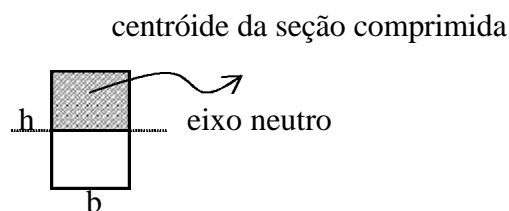
Q = **MOMENTO ESTÁTICO** com relação ao eixo neutro (é a área acima ou abaixo do eixo neutro multiplicada pela distância do seu centróide até o eixo).

Para uma seção retangular:

$$Q = \left(b \times \frac{h}{2} \right) \times \frac{h}{4} = \frac{b \times h^2}{8}$$

$$I = \frac{b \times h^3}{12}, \quad \text{então}$$

$$v = \frac{3}{2} \times \frac{V}{b \times h}$$



A tensão cisalhante horizontal (v) deverá ser menor que a tensão admissível cisalhante do material na direção considerada.

- Verificar a flecha máxima causada na viga pela ação das cargas. Normalmente, uma flecha de “vão/360” é considerada como limite.
- Quando a seção que satisfaz todos os requisitos anteriores é encontrada, o comprimento de apoio da viga deve ser determinado em função da tensão de compressão perpendicular ao comprimento da viga.

Diagramas e Fórmulas para Algumas Vigas Usuais.

W = Carga uniformemente distribuída total.

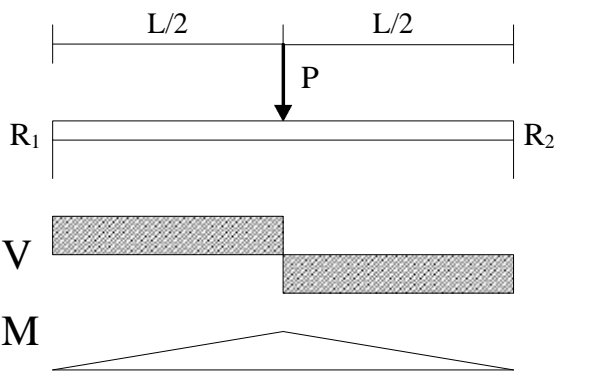
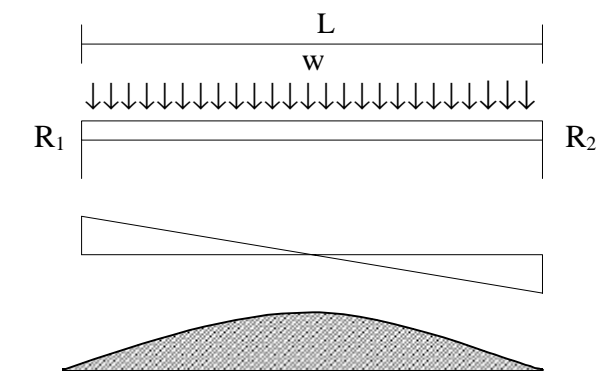
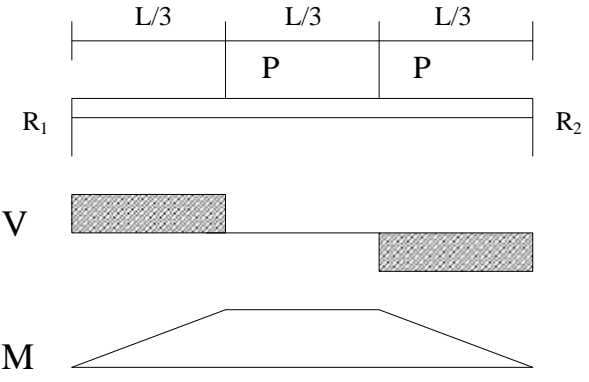
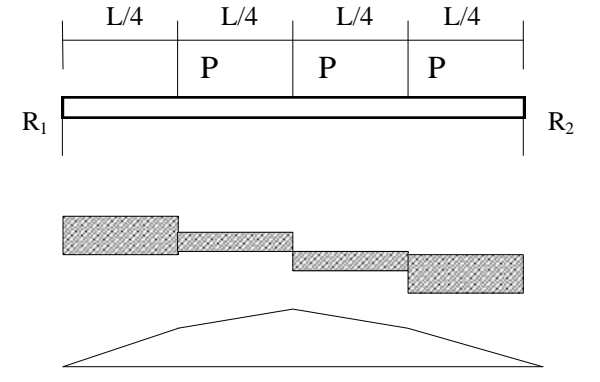
P = Carga concentrada.

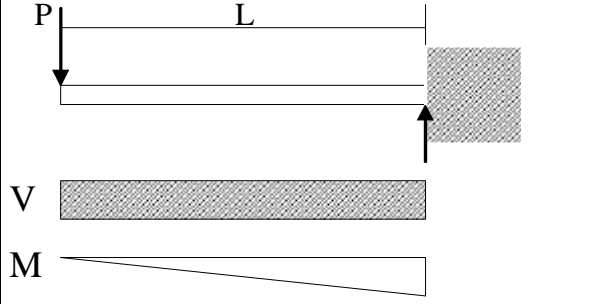
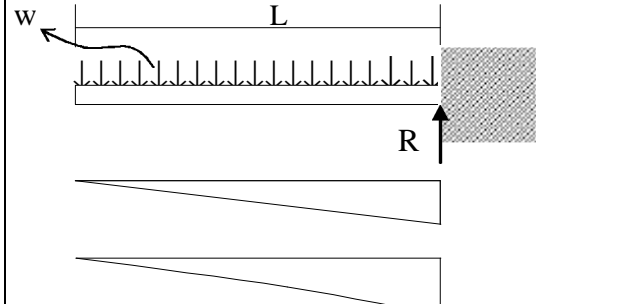
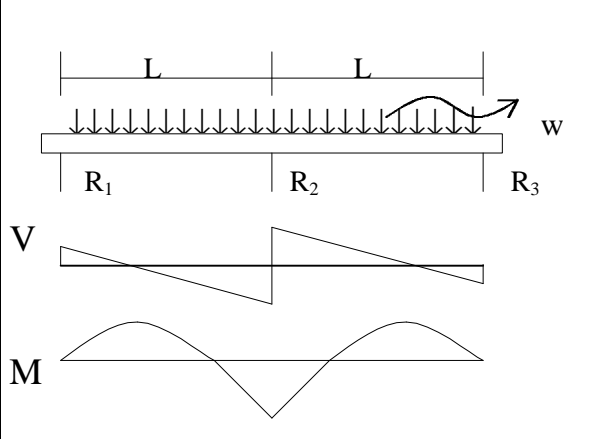
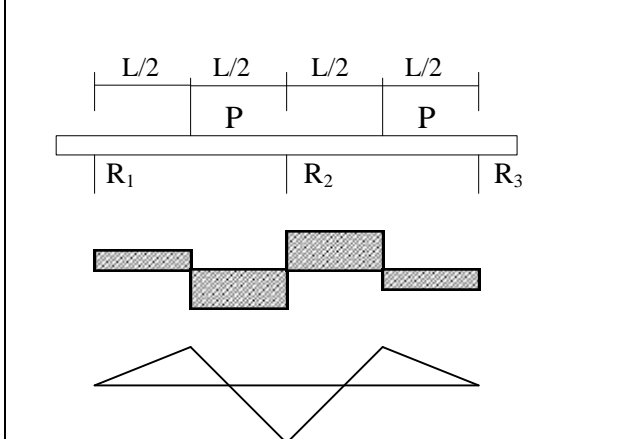
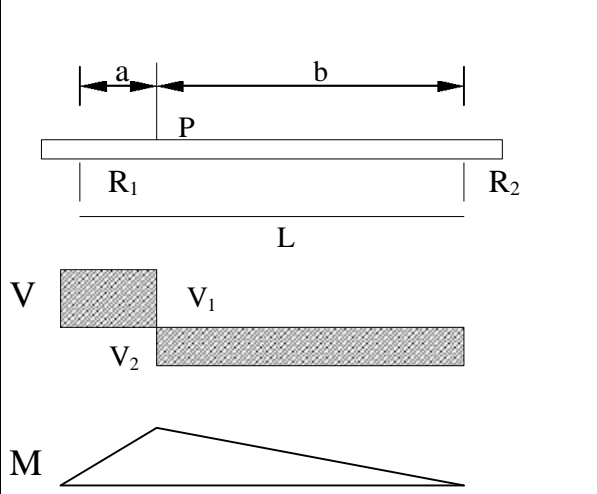
L = Vão.

V = Esforço cortante.

M = Momento fletor.

D = Flexão máxima.

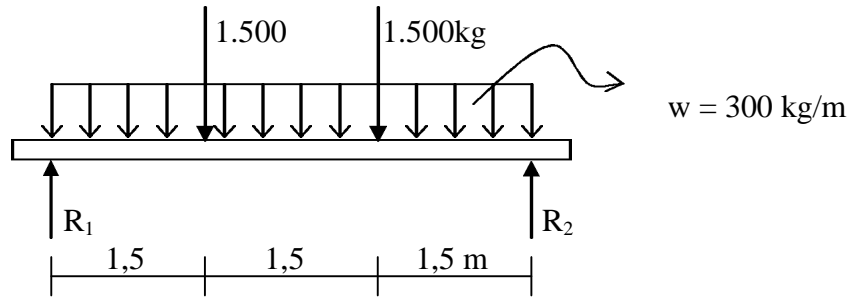
 <p> $R_1 = R_2 = P/2$ $V_{\max} = P/2$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{P.L}{4}$ $D = \frac{P.L^3}{48E.I}$ </p>	 <p> $R_1 = R_2 = P/2$ $V_{\max} = P/2$ $W = w.L$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{w.L^2}{8} = \frac{W.L}{8}$ $D = \frac{5}{384} x \frac{W.L^3}{E.I}$ </p>
 <p> $R_1 = R_2 = P$ $V_{\max} = P$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{P.L}{3}$ $D = \frac{23}{648} x \frac{P.L^3}{E.I}$ </p>	 <p> $R_1 = R_2 = 3P/2$ $V_{\max} = 3P/2$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{P.L}{2}$ $D = \frac{19}{384} x \frac{P.L^3}{E.I}$ </p>

 <p> $R = P$ $V_{\max} = P$ </p> <p> $M_{\max} = P.L$ $D = \frac{P.L^3}{3E.I}$ </p>	 <p> $R = W$ $V_{\max} = W$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{W.L}{2}$ $D = \frac{W.L^3}{8.E.I}$ </p>
 <p> $R_1 = R_3 = (3/8)W$; $R_2 = (10/8)W$; $V_{\max} = (5/8)W$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{W.L}{8}$ $D = \frac{W.L^3}{185.E.I}$ </p>	 <p> $R_1 = R_3 = (5/16)P$; $R_2 = (22/16)P$; </p> <p> $M_{\max} = \frac{6P.L}{32}$ $V_{\max} = (11/16)P$ </p>
 <p> $R_1 = V_1 = Pb/L$; $R_2 = V_2 = Pa/L$ </p> <p> $M_{\max} = \frac{P.a.b}{L}$ $D = \frac{P.a^2.b^2}{3.E.I.L}$ </p> <p>(no local de aplicação da força)</p>	

Aplicações

- a) Uma viga de madeira tem vão de 4,5 m com cargas concentradas de 1.500 kg aplicadas a cada 1/3 do vão. Existe ainda uma carga uniformemente distribuída de 300 kg/m (incluindo o peso próprio da viga) sobre todo o vão. A flecha é limitada a 1/360 do vão.

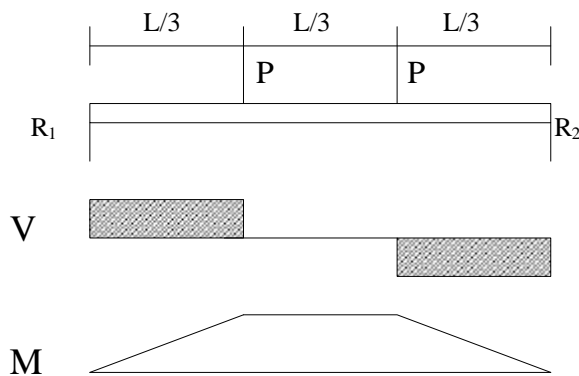
Dados: $f = 98 \text{ kg/cm}^2$ $v_{\text{adm. //}} = 8 \text{ kg/cm}^2$
 $E = 108.000 \text{ kg/cm}^2$ $\sigma_{\text{adm. } \perp} = 20 \text{ kg/cm}^2$



Para resolver o problema, considerar a atuação dos esforços concentrados separadamente dos uniformemente distribuídos e fazer a composição no final de cada caso.

As equações para determinar as reações (R), o esforço cortante (v), o momento fletor (M) e a flecha máxima (D), encontram-se na tabela anterior.

Cargas concentradas:



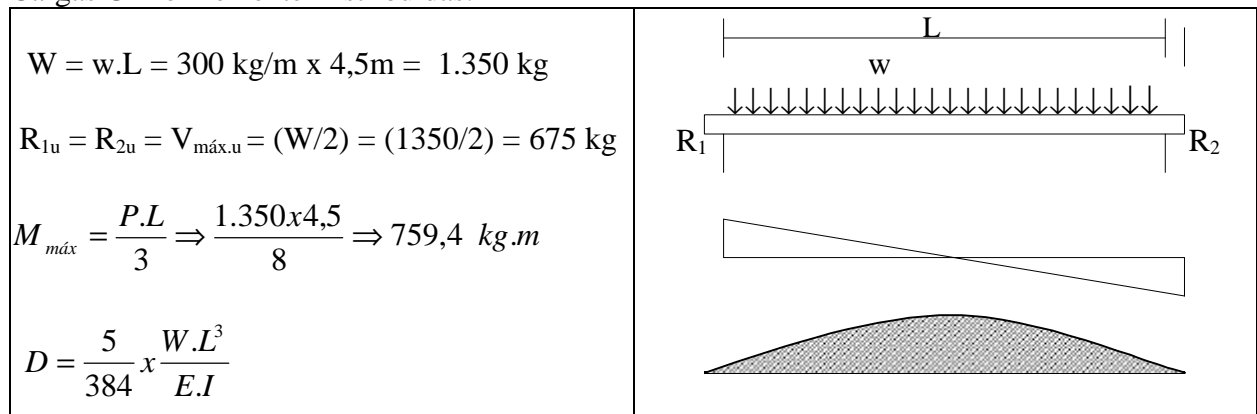
$$R_{1c} = R_{2c} = P = 1.500 \text{ kg}$$

$$V_{\text{máx.c}} = P = 1.500 \text{ kg}$$

$$M_{\text{máx}} = \frac{P.L}{3} \Rightarrow \frac{1.500 \times 4,5}{3} \Rightarrow 2.250 \text{ kg.m}$$

$$D = \frac{23}{648} \times \frac{P.L^3}{E.I}$$

Cargas Uniformemente Distribuídas:



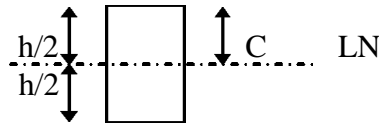
Determinação da seção inicial da viga:

$$M_{\max} = M_{\max.c} + M_{\max.u} = 2.250 \text{ kg.m} + 759,4 \text{ kg.m} = 3.009,4 \text{ kg.m}$$

sendo $f = 98 \text{ kg/cm}^2$.

$$S = \frac{M_{\max}}{f} = \frac{300.940 \text{ kg.cm}}{98 \text{ kg/cm}^2} = 3.070,8 \text{ cm}^3$$

$$S = \frac{I}{C} \quad \therefore \quad I = \frac{bh^3}{12}$$



$$S = \frac{\frac{b.h^3}{12}}{\frac{h}{2}} \Rightarrow \frac{b.h^3}{12} \times \frac{2}{h} \Rightarrow \frac{b.h^2}{6} \quad \therefore \quad \text{Se } b = \frac{1}{2} \text{ de } h, \text{ então:}$$

$$S = \frac{h}{2} \times \frac{h^2}{6} \Rightarrow \frac{h^3}{12} \Rightarrow 3.070,8 \text{ cm}^3$$

$$h = (36.849,6)^{1/3} \quad \therefore \quad h = 33,3 \text{ cm} \cong 34 \text{ cm} \quad \therefore \quad b = 16,6 \text{ cm} \cong 17 \text{ cm}$$

As vigas de madeira normalmente não apresentam problemas quanto ao cisalhamento perpendicular à peça. No entanto, o deslizamento de fibras, cisalhamento paralelo, é freqüente e deve ser verificado. Verificando o **Esforço Cortante** para uma seção retangular:

$$\tau_{\text{vigas}} = \frac{3}{2} \times \frac{V_{\max}}{b.h} \Rightarrow \frac{3}{2} \times \frac{1.500\text{kg} + 675\text{kg}}{17\text{cm} \times 34\text{cm}} \Rightarrow 5,6 \text{ kg/cm}^2$$

$$\tau_{\text{vigas}} < \tau_{\text{adm}} = 8 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

Verificação da deformação.

$$\text{A flecha permitida} = 1/360 \times L = 1/360 \times 450 \text{ cm} = 1,25 \text{ cm}$$

$$D_{\text{total}} = D_{\text{máx.c}} + D_{\text{máx.u}}$$

$$D_{\text{total}} = \frac{23}{648} \times \frac{P.L^3}{E.I} + \frac{5}{384} \times \frac{W.L^3}{E.I} \quad \text{Sendo: } E = 108.000 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} L &= 450 \text{ cm} \\ W &= 1.350 \text{ kg} \\ P &= 1.500 \text{ kg} \end{aligned}$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{17 \times 34^3}{12} = 55.681 \text{ cm}^4$$

$$D_{\text{total}} = \frac{23}{648} \times \frac{1.500 \times 450^3}{108.000 \times 55.681} + \frac{5}{384} \times \frac{1.350 \times 450^3}{108.000 \times 55.681} \times \frac{1.350.L^3}{E.I}$$

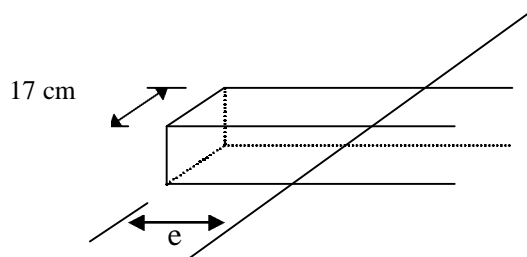
$$D_{\text{total}} = 0,8 + 0,3 = 1,1 \text{ cm} < 1,25 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

Caso a flecha calculada fosse maior que a flecha permitida, uma nova seção deveria ser achada em função da flecha máxima permitida.

$$D_{total} = \frac{23}{648} x \frac{P.L^3}{E.I} + \frac{5}{384} x \frac{W.L^3}{E.I} \Rightarrow \left(\frac{23.P}{648} + \frac{5.W}{384} \right) x \frac{L^3}{E.I}$$

$$\text{ou } I = \frac{L^3}{E \times D_{total}} \left(\frac{23.P}{648} + \frac{5.W}{384} \right) \quad \text{e} \quad I = \frac{b.h^3}{12}$$

Comprimento mínimo de apoio da viga:



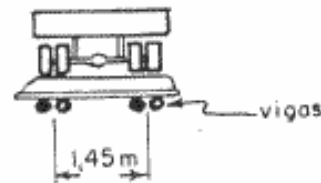
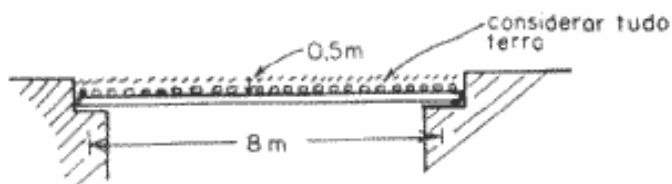
Cada lado da viga deve resistir ao esmagamento, à uma carga igual à reação de apoio do referido lado.

$$R_1 = R_{lc} + R_{lu} = 1.500 \text{ kg} + 675 \text{ kg} = 2.175 \text{ kg}$$

$$\sigma_{adm. \text{ comp. } \perp} = 20 \text{ kg/cm}^2 = \frac{2.175 \text{ kg}}{17 \text{ cm} \times e} \quad \therefore \quad e = \frac{2.175}{17 \times 20} \Rightarrow 6,4 \text{ cm}$$

Caso o apoio da viga seja de material menos resistente que a madeira o comprimento mínimo passa a ser calculado em função da tensão admissível do mesmo.

b) Dimensionar as vigas de seção circular de uma ponte de madeira, cujo assoalho é constituído de madeira roliça e terra e possui 3 m de largura. As vigas (duas de cada lado), deverão ser espaçadas de forma que as rodas passarão sobre as mesmas. O peso máximo permitido aos veículos será de 10.000 kg, vão de 8 m e a flecha não é problema.

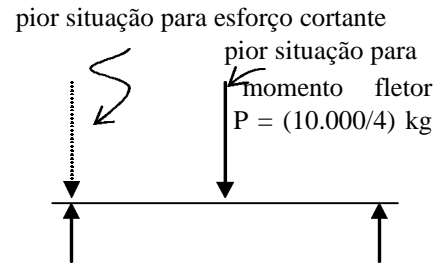


Dados: Peso Específico da madeira = 850 kg/m^3 ;
 Peso Específico da terra = 1.800 kg/m^3 ;
 $f_{madeira} = 70 \text{ kg/cm}^2$;
 $\sigma_{adm. \text{ com. } \perp} = 18 \text{ kg/cm}^2$;
 $v_{adm. //} = 7 \text{ kg/cm}^2$;

1) Considerando 4 vigas:

$$V_{\text{máx. c}} = (2.500 \text{ kg}) / 2 = 1,250 \text{ kg}$$

$$M_{\text{máx. c.}} = \frac{P.L}{4} \Rightarrow \frac{2.500 \text{ kg} \times 8 \text{ m}}{4} \Rightarrow 5.000 \text{ kg.m}$$

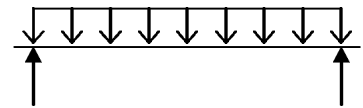


Porém, como a carga é móvel, $V_{\text{máx. c}} = 2.500 \text{ kg}$, próximo aos apoios.

$$W = (8 \text{ m} \cdot 3 \text{ m} \cdot 0,5 \text{ m} \cdot 1800 \text{ kg/m}^3) / 4 = 5.400 \text{ kg}$$

$$M_{\text{máx. u.}} = \frac{W.L}{8} \Rightarrow \frac{5.400 \text{ kg} \times 8 \text{ m}}{4} \Rightarrow 5.400 \text{ kg.m}$$

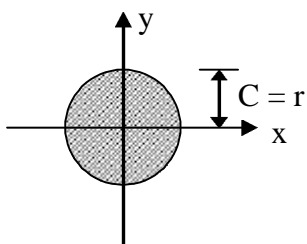
$$V_{\text{máx. u}} = W/2 = (5.400/2) = 2.700 \text{ kg}$$



$$2) M_{\text{máx}} = M_{\text{máx. c}} + M_{\text{máx. u}} = 5.000 \text{ kg. m} + 5.400 \text{ kg. m} = 10.400 \text{ kg. m}$$

Sendo $f = 70 \text{ kg/cm}^2$, fazendo o dimensionamento, inicialmente, sem considerar o peso próprio da viga:

$$S = \frac{M_{\text{max}}}{f} = \frac{10.400 \text{ kg.cm}}{70 \text{ kg/cm}^2} = 14.857 \text{ cm}^3$$



$$S = \frac{I}{C} \quad \text{e} \quad I = \frac{\pi r^4}{4}$$

$$S = \frac{(\pi r^4)/4}{r} = \frac{\pi r^3}{4}$$

$$S = 14.857 \text{ cm}^3 = \frac{\pi r^3}{4} \quad \therefore r = 3 \times 18.916,5$$

$$r = (18.916,5)^{1/3} = 26,6 \text{ cm} \cong 27 \text{ cm} \quad \therefore d = 54 \text{ cm}$$

Considerando o peso próprio de cada viga:

$$8 \text{ m} \times \pi \times (0,27 \text{ m})^2 \times 850 \text{ kg/m}^3 = 1.557 \text{ kg}$$

Como esta carga é uniformemente distribuída, então:

$$W = 5.400 \text{ kg} + 1.557 \text{ kg} = 6.957 \text{ kg}$$

$$M_{\text{máx. u.}} = \frac{W.L}{8} \Rightarrow \frac{6.957 \text{ kg} \times 8 \text{ m}}{8} \Rightarrow 6.957 \text{ kg.m}$$

$$V_{\text{máx. u}} = W/2 = (6.957 / 2) = 3.478,5 \text{ kg}$$

Completando os cálculos,

$$M_{\text{máx.}} = M_{\text{máx. c}} + M_{\text{máx. u}} = 5.000 \text{ kg. m} + 6.957 \text{ kg. m} = 11.957 \text{ kg. M}$$

$$S = \frac{M_{\text{max}}}{f} = \frac{11.957 \text{ kg.cm}}{70 \text{ kg/cm}^2} = 17.081 \text{ cm}^3$$

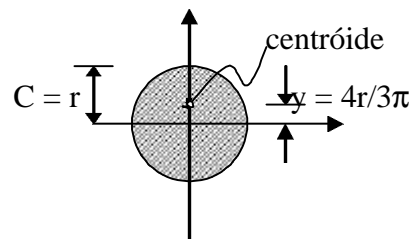
$$S = \frac{\pi r^3}{4} = 17.081 \text{ cm}^3 \quad \therefore \quad r = (21.748,2)^{1/3}$$

$$r = 27,9 \text{ cm} \cong 28 \text{ cm} \quad \therefore \quad d = 56 \text{ cm}$$

3) Verificação da resistência ao cisalhamento horizontal.

Para uma seção circular:

$$t_{\text{vias}} = \frac{V.Q}{I.b} \quad \therefore$$



$$Q = \frac{\rho.r^2}{2} \times \frac{4.r}{3\rho} \Rightarrow \frac{2}{3} \times r^3 \quad (\text{área superior} \times y)$$

$$t_{\text{vias}} = \frac{V_{\text{max}} \times \frac{2}{3} \times r^3}{\frac{\rho.r^4}{4} \times 2.r} \Rightarrow V_{\text{max}} \times \frac{2}{3} \times r^3 \times \frac{4}{\rho.r^4} \times \frac{1}{2.r} \Rightarrow \frac{4}{3} \times \frac{V_{\text{max}}}{\rho.r^2}$$

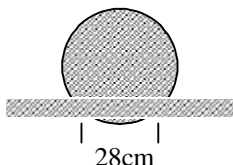
$$V_{\text{máx}} = V_{\text{máx. c}} + V_{\text{máx. u}} = 2.500 \text{ kg} + 3.478,5 \text{ kg} = 5.978,5 \text{ kg}$$

$$t_{\text{vias}} = \frac{4}{3} \times \frac{5.978,5 \text{ kg}}{\rho.(28 \text{ cm})^2} \Rightarrow 3,24 \text{ kg/cm}^2 < \tau_{\text{adm}} = 7 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{OK!}$$

4) Flecha não é problema.

5) Comprimento mínimo de apoio da viga.

Considerando uma seção de apoio com largura igual ao raio:



$$R1 = R1c + R1u = 2500 + 3478,5 = 5978,5 \text{ kg}$$

$$\sigma_{\text{adm. comp. } \perp} = 18 \text{ kg/cm}^2 = \frac{5.978,5 \text{ kg}}{28 \text{ cm} \times e} \quad \therefore \quad e = \frac{5.978,5}{28 \times 18} \Rightarrow 11,9 \text{ cm}$$

5. 2. Procedimento no Dimensionamento de Vigas de Perfis Metálicos

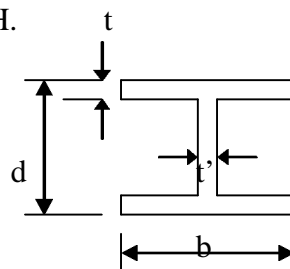
Para a solução de problemas deste tipo, segue-se o procedimento do item 5.1, porém, dois aspectos devem ser observados:

- a tensão cisalhante crítica, a ser verificada, é a transversal à peça; e
- normalmente trabalha-se com tabelas onde as propriedades das seções comerciais são pré-calculadas, o que simplifica nossos cálculos. Uma destas tabelas é apresentada a seguir:

Tabela de Propriedade para Cálculos do Perfil Metálico H.

Ex: W 310 x 143

- W = simbologia para perfil de aba larga;
- 310 = altura da viga em mm; e
- 143 = massa em kg/ml.



Designação	Área (mm ²)	h (mm)	b (mm)	t (mm)	t' (mm)	Plano Neutro (x - x)			Plano Neutro (y - y)			
						I (10 ⁶ mm ⁴)	S (10 ³ mm ³)	r (mm)	I (10 ⁶ mm ⁴)	S (10 ³ mm ³)	r (mm)	
W310 x	143.0	18200	323	309	22.9	14.0	347.0	2150	138.2	112.40	728.0	78.5
	107.0	13600	311	306	17.0	10.9	248.0	1595	134.9	81.20	531.0	77.2
	74.0	9480	310	205	16.3	9.4	164.0	1058	131.6	23.40	228.0	49.2
	60.0	7610	303	203	13.1	7.5	129.0	851	130.3	18.36	180.9	49.0
	44.5	5670	313	166	11.2	6.6	99.1	633	132.3	8.45	101.8	38.6
	38.7	4940	310	165	9.7	5.8	84.9	548	131.3	7.20	87.3	38.4
	32.7	4180	313	102	10.8	6.6	64.9	415	124.7	1.94	38.0	21.5
	23.8	3040	305	101	6.7	5.6	42.9	281	118.6	1.17	23.2	19.6
W250 x	167.0	21200	289	265	31.8	19.2	298.0	2060	118.4	98.20	741.0	68.1
	101.0	12900	264	257	19.6	11.9	164.0	1242	112.8	55.80	434.0	65.8
	80.0	10200	256	255	15.6	9.4	126.1	985	111.0	42.80	336.0	65.0
	67.0	8580	257	204	15.7	8.9	103.2	803	110.0	22.20	218.0	51.1
	58.0	7420	252	203	13.5	8.0	87.0	690	108.5	18.73	184.5	50.3
	44.8	5700	266	148	13.0	7.6	70.8	532	111.3	6.95	93.9	34.8
	32.7	4190	258	146	9.1	6.1	49.1	381	108.5	4.75	65.1	33.8
	28.4	3630	260	102	10.0	6.4	40.1	308	105.2	1.80	35.2	22.2
22.3	2850	254	102	6.9	5.8	28.7	226	100.3	1.20	23.6	20.6	
W200 x	86.0	11000	222	209	20.6	13.0	94.9	855	92.7	31.30	300.0	53.3
	71.0	9100	216	206	17.4	10.2	76.6	709	91.7	25.30	240.0	52.8
	59.0	7550	210	205	14.2	9.1	60.8	579	89.7	20.40	199.0	51.8
	52.0	6650	206	204	12.6	7.9	52.9	514	89.2	17.73	173.8	51.6
	46.1	5890	203	203	11.0	7.2	45.8	451	88.1	15.44	152.1	51.3
	41.7	5320	205	166	11.8	7.2	40.8	398	87.6	9.03	108.8	41.1
	35.9	4570	201	165	10.2	6.2	34.5	343	86.9	7.62	92.4	40.9
	31.3	3970	210	134	10.2	6.4	31.3	298	88.6	4.07	60.7	32.0
	26.6	3390	207	133	8.4	5.8	25.8	249	87.1	3.32	49.9	31.2
	22.5	2860	206	102	8.0	6.2	20.0	194	83.6	1.49	27.8	22.3
19.3	2480	203	102	6.5	5.8	16.5	162	81.5	1.14	22.3	21.4	
W150 x	37.1	4740	162	154	11.6	8.1	22.2	274	68.6	7.12	92.5	38.6
	29.8	3790	157	153	9.3	6.6	17.2	219	67.6	5.54	72.4	38.1
	24.0	3060	160	102	10.3	6.6	13.4	67	66.0	1.84	36.2	24.6
	18.0	2290	153	102	7.1	5.8	9.2	120	63.2	1.25	24.4	23.3
	3.5	1730	150	100	5.1	4.3	6.8	91	62.7	0.92	18.3	23.0
W130 x	28.1	3590	131	128	10.9	6.9	10.9	67	55.1	3.80	59.4	32.5
	23.8	3040	127	127	9.1	6.1	8.9	140	54.1	3.13	49.3	32.3
W100 x	19.3	2470	106	103	8.8	7.1	4.7	89	43.7	1.61	31.2	25.4

5.2.1. Aplicação

a) Se as vigas do problema anterior fossem de perfil metálico H, quais seriam suas especificações?
 Considerando: $f_{arço} = 12,50 \text{ kg/mm}^2$ e $v_{adm} = 7,60 \text{ kg/mm}^2$

Determinando a seção:

$$S = \frac{M_{\max}}{f} = \frac{(5.000 + 5.400) \text{ kg.m}}{12,5 \text{ kg/mm}^2} = 832.000 \text{ cm}^3$$

Indo à tabela das seções do perfil H, pode-se utilizar:

W 310 x 60; W 250 x 80 ou W 200 x 86

Considerando o perfil metálico mais pesado para calcular o peso próprio, tem-se:

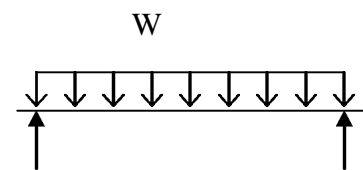
$$86 \text{ kg/m} \times 8 \text{ m} = 688 \text{ kg}$$

Recalculando,

$$W = 5.400 \text{ kg} + 688 \text{ kg} = 6.088 \text{ kg}$$

$$M_{\max.U.} = \frac{W.L}{8} \Rightarrow \frac{6.088 \text{ kg} \times 8 \text{ m}}{8} \Rightarrow 6.088 \text{ kg.m}$$

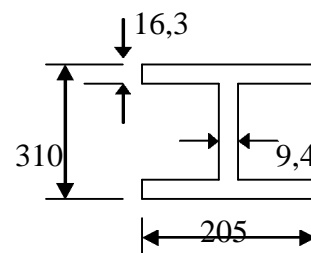
$$S = \frac{M_{\max}}{f} = \frac{(5.000 + 6.088) \text{ kg.m}}{12,5 \text{ kg/mm}^2} = 887.040 \text{ cm}^3$$



Agora, W 310 x 74 ou W 250 x 80 atendem. Escolher a mais econômica.

Ex: W 310 x 74

W = simbologia para perfil de aba larga;
 310 = altura da viga em mm; e
 74 = massa em kg/ml.
 Obs = dimensões em mm.



Verificando o cisalhamento;

Para o perfil metálico, a resistência ao cisalhamento mais importante é aquela que considera o corte transversal da peça, que é dado pela seguinte fórmula:

$$t_{iv} = \frac{V_{\max}}{d \times t'} \Rightarrow \frac{2500 \text{ kg} + 3.044 \text{ kg}}{310 \text{ mm} \times 9,4 \text{ mm}} \Rightarrow 2,05 \text{ kg/cm}^2 < 7,6 \text{ kg/mm}^2 \quad \text{OK!}$$

OBS: Neste caso, a seção crítica é $d \times t'$

5.3. Problemas Propostos

a) Dimensionar as vigas do assoalho suspenso de um depósito de milho que tem 4 x 4m e deverá ser cheio até a altura de 3 m. As vigas deverão ser espaçadas a cada 0,8m, simplesmente apoiadas e deverão ter seção retangular com $b = \frac{1}{2}h$. Flecha não é problema.

Dados: $f = 95 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{\text{adm. comp.}\perp} = 16 \text{ kg/cm}^2$; $v_{\text{adm.}\parallel} = 8 \text{ kg/cm}^2$; Peso Específico do milho = 850 kg/m^3 ;

Peso Específico da madeira = 900 kg/m^3

Resp.: 20 x 40 cm para atender flexão e cisalhamento, e apoio mínimo de 13,2 cm.

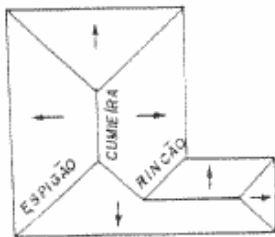
b) No final das linhas de transmissão de eletricidade normalmente é fixado um poste menor, como mostra a figura abaixo, o qual deve apresentar resistência à flexão. Determinar o diâmetro do poste se o esforço de tração no cabo que o conecta ao último poste da rede é de 1.500 kg. Considere os dados da madeira do problema anterior. A flecha é limitada a 2 cm ($E = 110.000 \text{ kg/cm}^2$).

Resp.: $d = 37 \text{ cm}$ atende flexão, cisalhamento horizontal e flecha.

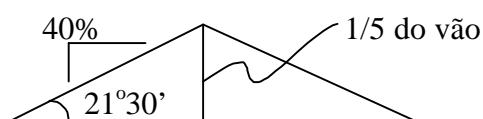
6. Estrutura de Telhado

Os telhados são constituídos de cobertura e de estrutura de sustentação. As coberturas, em geral podem ser de barro tipo colonial ou francesa, de cimento-amianto, de alumínio, de compensado tipo madeirite e de ferro galvanizado. As estruturas de sustentação do telhado normalmente são de madeira, concreto armado ou metálicas.

Os telhados são constituídos por uma ou mais superfícies que podem ser plantas, curvas ou mistas. As superfícies planas são as mais comuns. Essas superfícies são denominadas “águas” e conforme o seu número, tem-se telhado de uma, duas, três, quatro ou mais águas. Abaixo observa-se um telhado com seis águas.



As inclinações dos telhados são função do tipo de telha, do comprimento do canal e da espessura de sobreposição das mesmas. As inclinações dos telhados podem ser expressas em ângulo, percentagem e ponto. Um telhado com ponto 1:5, tem a altura do pendural correspondente a um quinto do vão, uma inclinação que corresponde a 40% e possui ângulo aproximado de $21^{\circ}30'$.

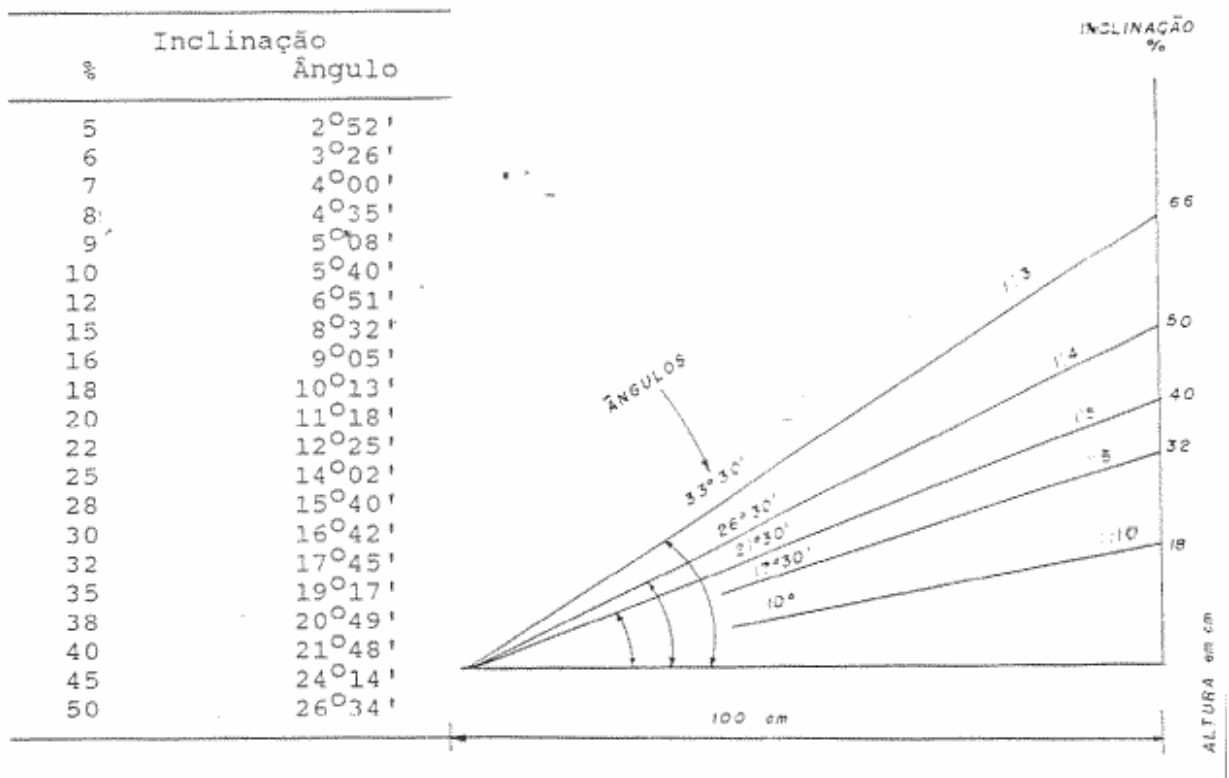


As inclinações mínimas e máximas para cada tipo de cobertura e a correspondência entre ponto, percentagem e ângulo são apresentadas a seguir:

Inclinação mínima e máxima para as coberturas mais comuns

Tipos de telha	Inclinação	
	Mínima	Máxima
Cerâmica francesa	26° – 50%	60°
Cerâmica colonial	15° – 28%	45°
Ferro galvanizado	10° – 18%	90°
Cimento-amianto	10° – 18%	90°
Alumínio	10° – 18%	90°
Compensado – madeirite	10° – 18%	90°
Tipo calha	3° – 6%	90°

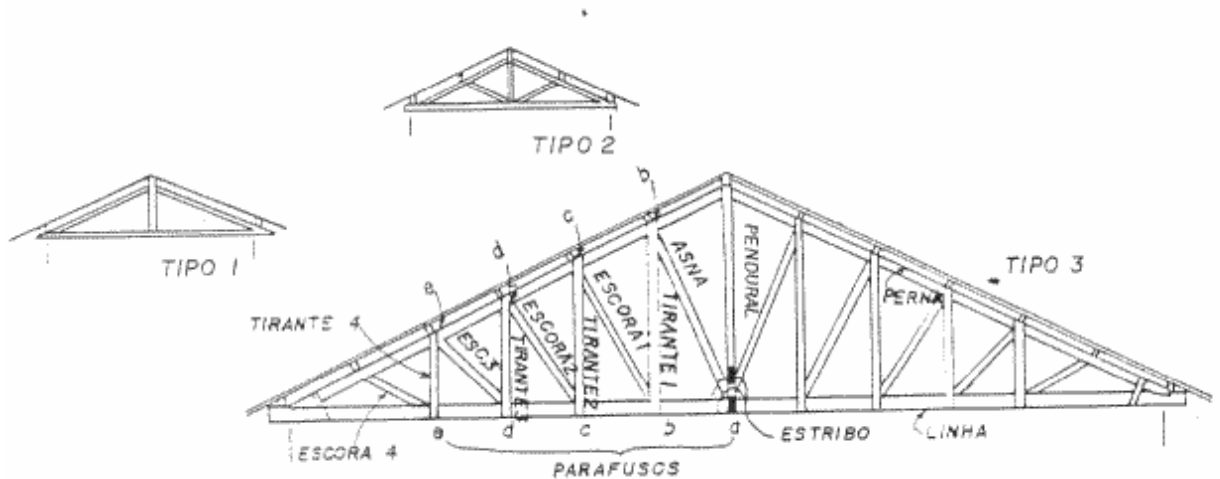
Relação entre inclinação em percentagem e ângulo



As telhas de barro apoiam-se sobre as ripas, e estas sobre os caibros, e estes sobre as terças (trama). As terças apoiam-se sobre as tesouras de telhado que encarregam-se de transmitir a carga permanente mais a acidental sobre os pilares ou paredes. As telhas leves, tipo cimento-amianto, apoiam-se no sentido do seu comprimento sobre as terças, e estas sobre a tesoura (treliça) de telhado.

As ripas, os caibros e as terças são solicitados à flexão e são dimensionados como vigas. As tesouras de telhados são sistemas estruturais (treliças) construídos de forma que todos os elementos sejam solicitados à compressão ou tração, com o objetivo de vencerem maiores vãos com menor gasto de material estrutural.

Nas figuras abaixo pode-se observar uma tesoura simples (tipo 1), uma tesoura normal (tipo 2) e uma tesoura complexa (tipo 3) que pode vencer vão de até 25m, mesmo em madeira. A nomenclatura das partes componentes da tesoura de telhado é também mostrada nesta última figura.



As tesouras de telhado podem ser dimensionadas por meio de cálculos estáticos ou por métodos gráficos. O dimensionamento gráfico de uma tesoura pelo Método de Cremona será apresentado a seguir:

Considerações:

- Telhado com cobertura de cimento-amianto
- Vão da tesoura = 14m
- Distância entre tesouras = 4,0m
- Distância entre terças = 1,69m
- Inclinação do telhado = 15°

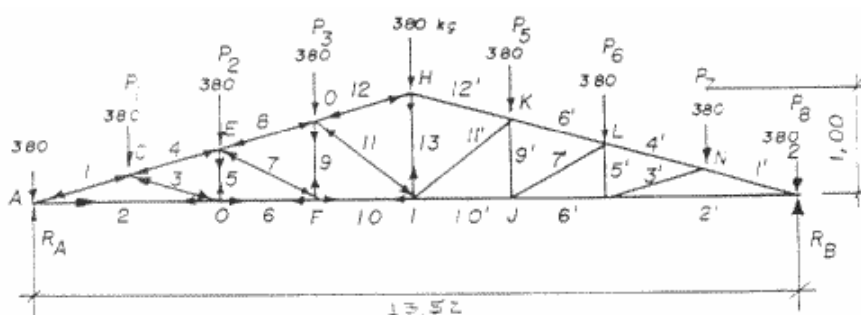
Cálculo das cargas sobre cada nó:

Considera-se a área de influência da cobertura sobre uma das terças:
 $4,00\text{m} \times 1,69\text{m} = 6,76\text{ m}^2$

Peso da cobertura e acessório	21 kg/m ²
Peso próprio da terça (estimado)	17 kg/m ²
Ação do vento (segundo NB -5)	18 kg/m ²

Carga por nó = $6,76\text{ m}^2 \times (21 + 17 + 18)\text{ kg/m}^2 = 378,6\text{ kg}$

Esquema da estrutura e cargas atuantes:



Determinação dos Esforços:

Por se tratar de cargas em posições simétricas, tem-se:

$$R_A = R_B = (380 \times 8) / 2 = 1.520 \text{ kg}$$

Será aplicado o método de Cremona, para a determinação dos esforços nas barras do sistema.

Convenções:

I – A análise em equilíbrio em cada nó sucessivo é feita da esquerda para a direita (sentido horário), procurando-se aquele nó onde concorrem não mais do que três barras, ou que pelo menos sejam desconhecidos apenas os esforços em duas barras. Isto, para que não haja a necessidade de recorrer a equações auxiliares, a fim de levantar sua indeterminação estática, pois é sabido que uma força só pode ser decomposta em duas únicas direções não concorrentes.

II – Em cada nó a composição de forças (as externas e os esforços em cada barra) é feita também no sentido horário.

III – As forças em equilíbrio em cada nó têm seu sentido indicado por flechas no polígono de forças, as quais são transladadas no nó do esquema da estrutura, adotando-se a seguinte convenção: na barra correspondente, se a flecha se dirige para o nó de cada extremidade, considera-se a barra em compressão, e, em tração no caso contrário.

IV – Passando-se à análise ao nó seguinte ao estudado, inverte-se o sentido da flecha na barra que se dirige a este nó, indicando-a com dupla flecha.

Isto posto, procede-se à pesquisa dos esforços da seguinte maneira:

A – Compõe-se em escala gráfica o polígono de forças (as externas e esforços nas barras) que concorrem no nó do apoio esquerdo (parte direita do diagrama de força): tem-se então a reação R_A , a força $P_O = 380/2 \text{ kg}$, o esforço na barra 1, segundo a direção que ocupa na tesoura e o esforço na barra 2 da mesma forma. Vê-se pois, que o polígono de forças R_A-P_O-1-2 está em equilíbrio, por estar fechado, isto é, a extremidade do esforço na barra 2 coincide com a origem da força que representa a reação de apoio, e o sentido indicado pelas flechas é contínuo em uma única direção.

B – Translada-se o nó seguinte, que é C, invertendo, conforme a regra, o sentido do esforço na barra de conexão a este nó, que é a barra 1, indicando esta inversão com a flecha dupla no polígono de forças. As forças e esforços são percorridos na sequência 1-P₁-4-3 e a grandeza e direção das forças externas e internas é dada pelo polígono de forças.

C – Ao procurar-se o próximo nó, verifica-se que não será possível de imediato analisar o nó E, visto que nele concorrem mais de três barras e só é conhecido o esforço na barra de transição 4.

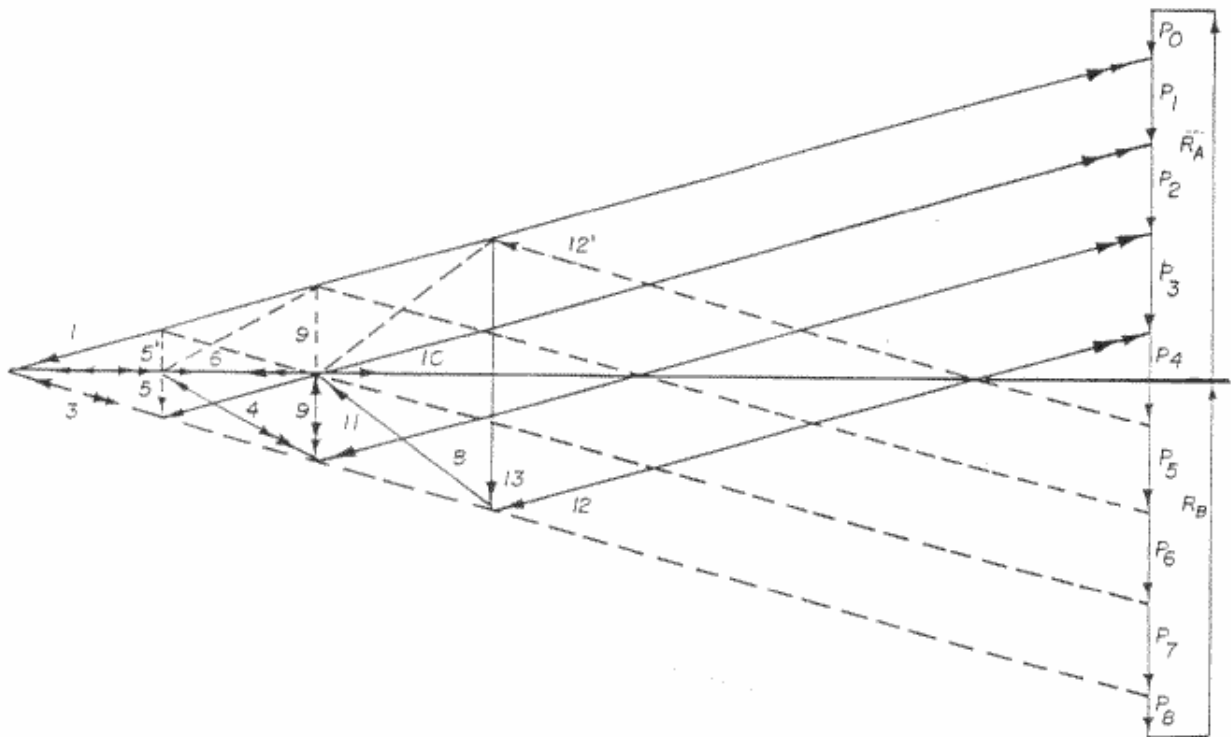
D – Passa-se então ao nó inferior D que, embora seja constituído de quatro barras concorrentes, já tem determinados os esforços em duas delas, ou seja, barras 2 e 3. Na sequência 3-5-6-2, tem-se um polígono de forças fechado, assim, pode-se determinar o sentido das forças, transportando-se as flechas ao nó.

E – Passa-se agora, por meio da barra de transição 4, ao nó E, obtendo-se novamente um polígono de forças fechado, na sequência 4-P₂-8-7-5, onde já são conhecidos os esforços nas barras 4 e 5. As flechas do polígono são da mesma forma transportadas à estrutura, junto às extremidades das barras que concorrem no nó considerado.

Prosseguindo na sucessiva transposição de nó a nó, da forma antes descrita, chega-se a determinação de todos os esforços nas barras, que serão resumidos a seguir, com seus respectivos sinais.

Dada a simetria das cargas e da estrutura, o polígono de forças apresenta perfeita simetria segundo o eixo de esforço da barra 2-6-10-10'-6'-2', pelo que as forças à direita do meio são representadas em linhas interrompidas.

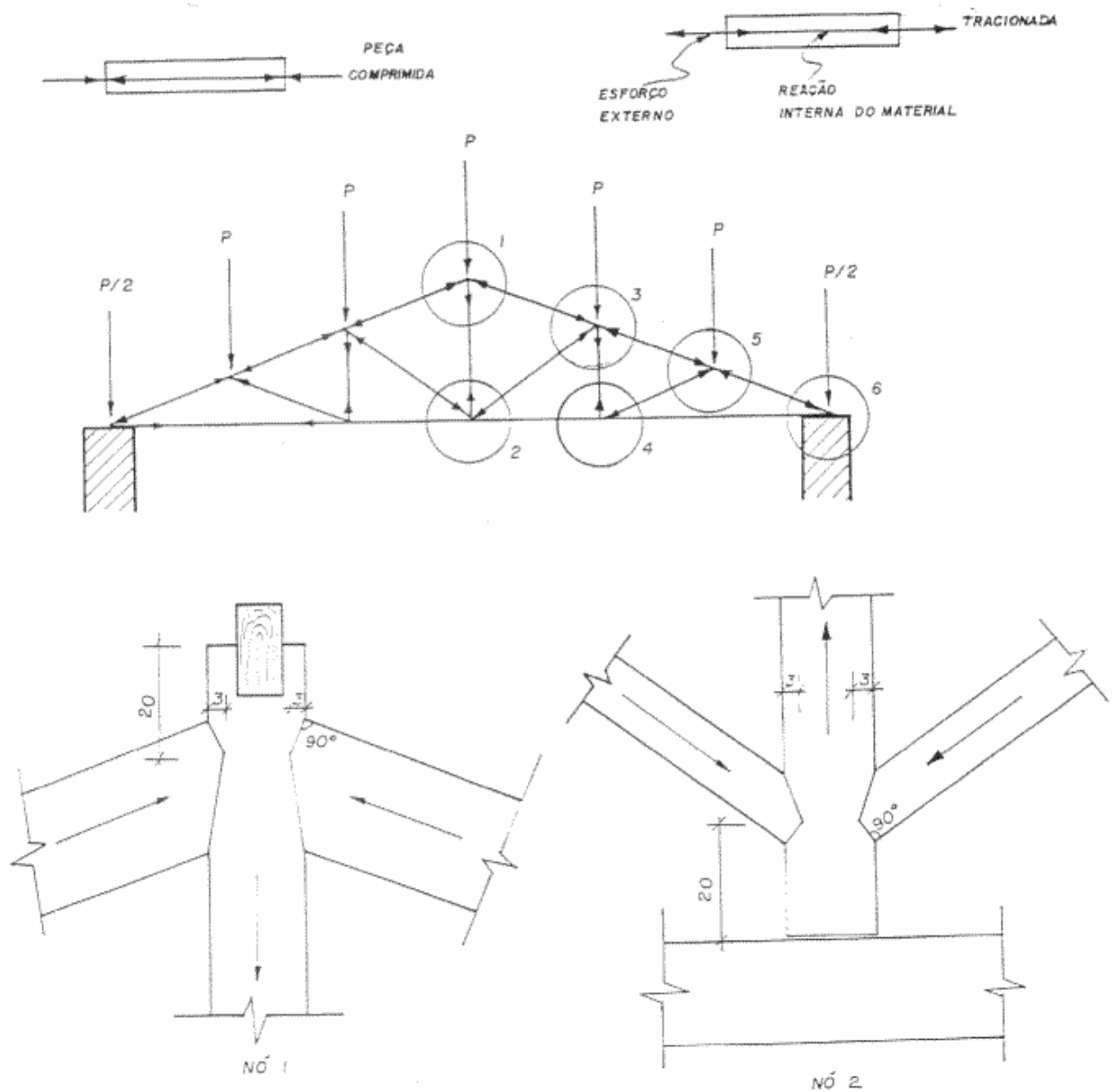
Diagrama de Forças (Cremona)

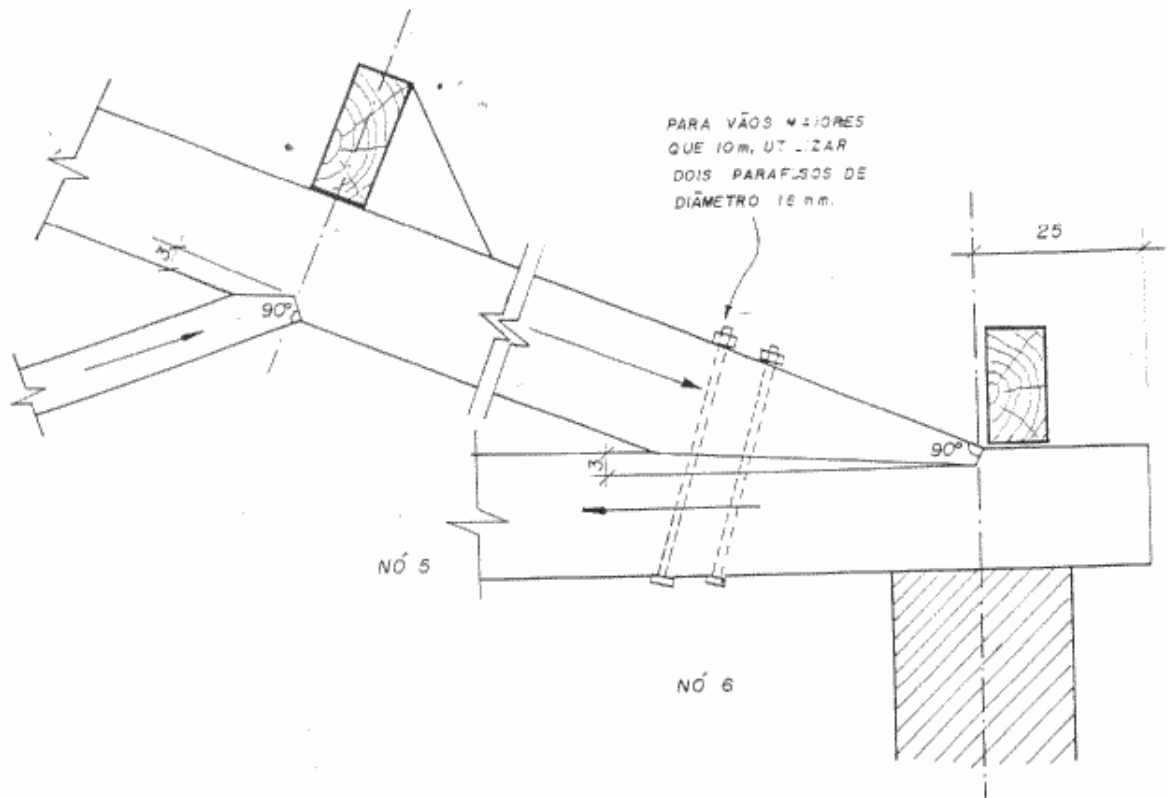
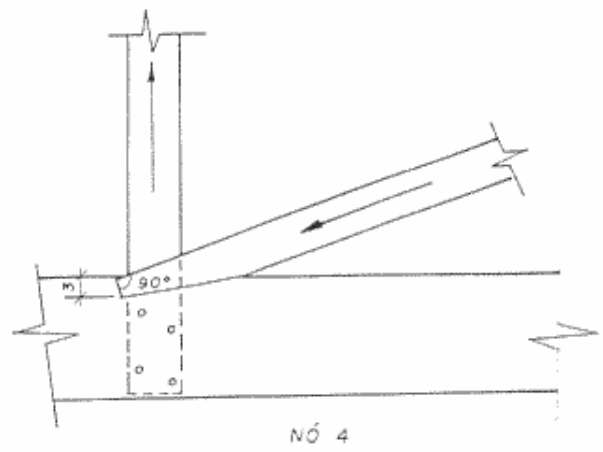
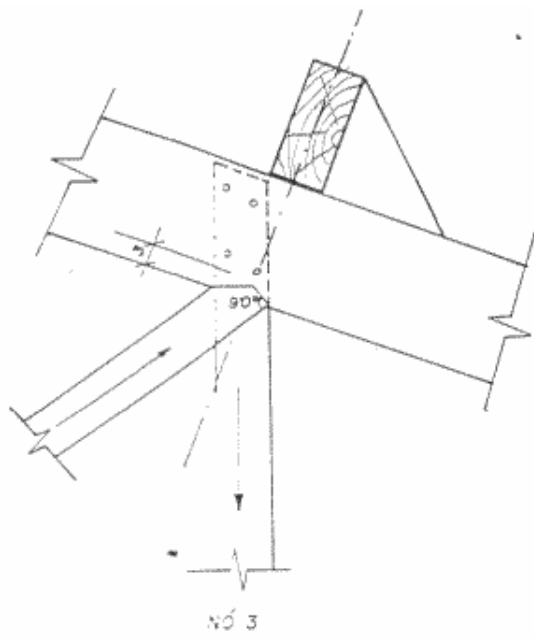


Quadro dos esforços nas barras

Barra	Esforço (kg)	Barra	Esforço (kg)
1	- 5.100 kg	8	- 3.680 kg
2	+ 4.900 kg	9	+ 385 kg
3	- 685 kg	10	+ 3.550 kg
4	- 4.440 kg	11	- 930 kg
5	+ 185 kg	12	- 2.920 kg
6	+ 4.270 kg	13	+ 1.145 kg
7	- 815 kg		

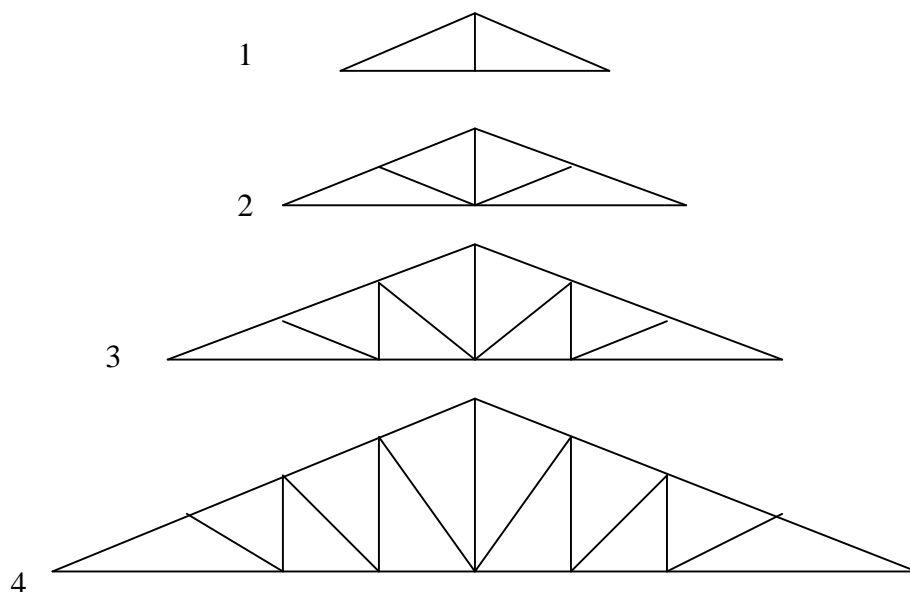
De acordo com os esforços feitos por cada peça que concorre à um determinado nó, procede-se ao desenho e dimensionamento do mesmo. A título de exemplo, apresentamos a seguir uma esquema de uma tesoura de telhado tipo 3, convencional, e os detalhes dos respectivos nós para os vãos até 15m, e três tabelas para dimensionamento de estrutura de madeira para telhado com cobertura de barro e com coberturas leves tipo cimento-amianto. As tabelas deverão ser empregadas para telhados com inclinação igual ou superior ao ângulo especificado das mesmas. A madeira a ser utilizada deverá ter características iguais ou superiores àquelas mencionadas nas tabelas.





Engradamento para coberturas de barro

Inclinação do telhado	$\geq 21,8^\circ$
Distância entre tesouras	$\leq 3,5\text{m}$
Distância entre caibros	$\leq 0,5\text{m}$
Madeiras $\sigma_{\text{adm. Comp.}}$	$\geq 70 \text{ kg/cm}^2$
$\sigma_{\text{adm. tr.}}$	$\geq 70 \text{ kg/cm}^2$
$\tau_{\text{admr. //}}$	$\geq 20 \text{ kg/cm}^2$

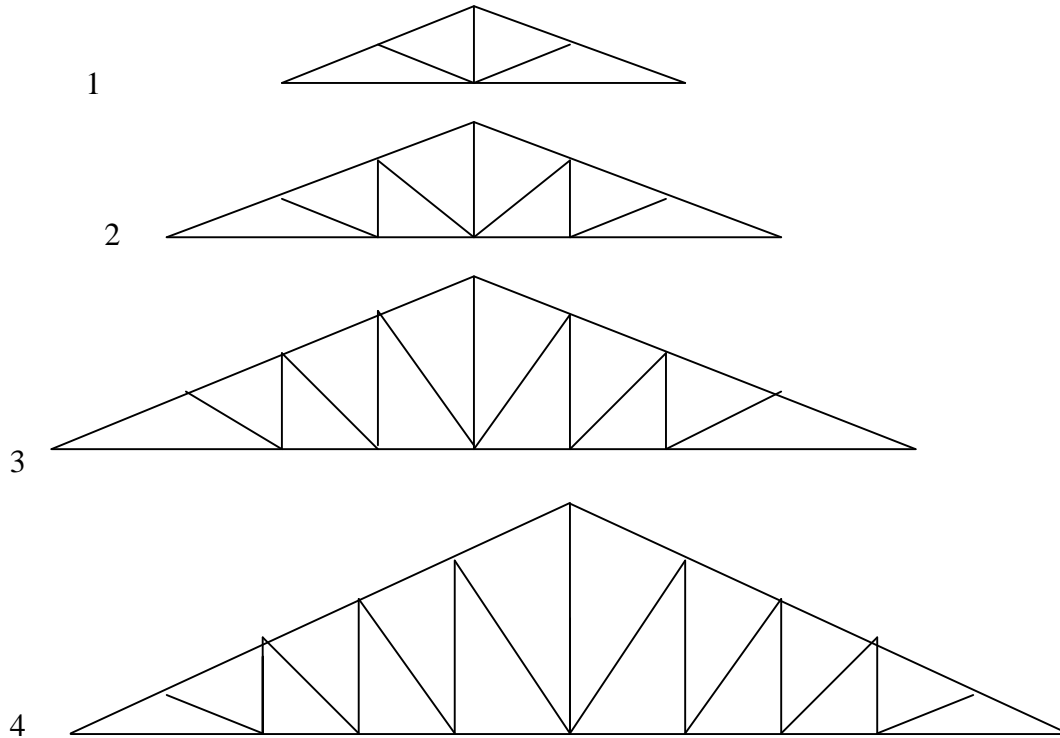


Vão até (m)	5	7	9	11	13	15
Tesoura tipo	2	2	2	3	3	4
No de terças	5	5	5	7	7	9
Caibros	3,8 x 7,5	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5
Terças	7,5 x 15	7,5 x 23	7,5 x 23	7,5 x 23	7,5 x 23	7,5 x 23
Perna	7,5 x 7,5	7,5 x 15	7,5 x 23	7,5 x 23	7,5 x 23	7,5 x 23
Asna	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5	7,5 x 10	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 15
Escora 1	-	-	-	7,5 x 7,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5
Escora 2	-	-	-	-	-	7,5 x 7,5
Pendural	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 15
Tirante 1	-	-	-	2,2 x 7,5	2,2 x 7,5	2,2 x 7,5
Tirante 2	-	-	-	-	-	2,2 x 7,5
Linha	7,5 x 11,5	7,5 x 15	7,5 x 15	7,5 x 18	7,5 x 23	7,5 x 23

Obs: A tabela é adaptada do livro “Tesouras de Telhado” de autoria de J. C. REGO MONTEIRO. As seções das peças, em cm, estão dimensionadas considerando os enfraquecimentos dos encaixes.

Engradamento para coberturas leves de cimento-amianto

Inclinação do telhado	$\geq 15^\circ$
Distância entre tesouras	$\leq 4,0\text{m}$
Distância entre frechal e terça	$\leq 1,23\text{ m}$
Distância entre terça e terça	$\leq 1,63\text{m}$
Madeiras $\sigma_{adm. Comp.}$	$\geq 70\text{ kg/cm}^2$
$\sigma_{adm. tr.}$	$\geq 70\text{ kg/cm}^2$
$\tau_{admr. //}$	$\geq 20\text{ kg/cm}^2$



Vão até (m)	5	7	9	11	13	15
Tesoura tipo	1	2	2	3	4	4
No de terças	6	8	8	10	12	12
Terças	7,5 x 15	7,5 x 15	7,5 x 15	7,5 x 15	7,5 x 15	7,5 x 15
Perna	7,5 x 7,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 15	7,5 x 15
Asna	5,0 x 6,0	3,8 x 7,5	7,5 x 7,5	5,0 x 7,0	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5
Escora 1	-	5,0 x 7,0	5,0 x 7,0	7,5 x 7,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5
Escora 2	-	-	-	5,0 x 7,0	7,5 x 7,5	7,5 x 7,5
Escora 3	-	-	-	-	5,0 x 7,0	5,0 x 7,0
Pendural	7,5 x 10	7,5 x 10	7,5 x 10	7,5 x 10	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5
Tirante 1	-	1,2 x 5,0	1,2 x 5,0	2,5 x 7,5	2,5 x 7,5	2,5 x 7,5
Tirante 2	-	-	-	1,2 x 5,0	2,5 x 7,5	2,5 x 7,5
Tirante 3	-	-	-	-	1,2 x 5,0	1,2 x 5,0
Linha	7,5 x 7,5	7,5 x 11,5	7,5 x 11,5	7,5 x 15	7,5 x 23	7,5 x 23

Obs: A tabela é adaptada do livro “Tesouras de Telhado” de autoria de J. C. REGO MONTEIRO. As seções das peças, em cm, estão dimensionadas considerando os enfraquecimentos dos encaixes.

LISTA DE EXERCÍCIOS

1) Uma barra prismática com área da seção transversal de $6,25 \text{ cm}^2$ e comprimento de $3,6 \text{ m}$, está submetida a tração axial. Sabendo-se que seu alongamento foi de $2,61 \text{ mm}$ para uma força correspondente de 95 kN , pede-se o módulo de elasticidade do material.

2) Os trilhos de uma estrada de ferro foram assentados com uma folga de 2 mm entre as suas extremidades para temperatura de $16 \text{ }^\circ\text{C}$. O comprimento de cada trilho é 12 m , confeccionados em aço com módulo de elasticidade de 210 GPa e coeficiente de dilatação linear igual a $1,2 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$. Determinar:

- a) a folga entre os trilhos quando a temperatura é $0 \text{ }^\circ\text{C}$;
- b) em que temperatura essa folga se anula; e
- c) a tensão de compressão nos trilhos, quando a temperatura é de $35 \text{ }^\circ\text{C}$, desprezando a possibilidade de flambagem.

3) Os dados da tabela seguinte foram obtidos no ensaio de tração simples, com um corpo de prova de seção uniforme com diâmetro de $12,675 \text{ mm}$. Rompido o corpo de prova, mediu-se o diâmetro da seção de ruptura e obteve-se $13,75 \text{ mm}$. O comprimento de referência, de 5 cm aumentou para $6,875 \text{ cm}$. A partir dos dados obtidos, determinar o limite de proporcionalidade do material, o módulo de elasticidade do material, a variação percentual do comprimento, da área e do volume e o limite de ruptura. Comentar sobre os resultados obtidos.

Carga axial (N)	Alongamento em 50 mm (mm)	Carga axial (N)	Alongamento em 50 mm (mm)
0	0	34750	0,300
6250	0,010	34750	0,400
9250	0,015	34500	0,500
12000	0,020	34750	0,600
15250	0,025	35000	1,250
18200	0,030	38750	2,500
21250	0,035	46750	5,000
24250	0,040	49500	7,500
27250	0,045	50500	10,000
30250	0,050	50500	12,500
33500	0,055	49500	15,000
36250	0,060	47500	17,500
34500	0,100	44500	18,750
34750	0,200		

4) Uma barra de alumínio de seção circular de $0,15 \text{ m}$ de comprimento, com diâmetro de 50 mm , está sujeita à força de compressão de 50 kN . Determinar:

- a) a tensão atuante;
- b) a redução do comprimento da peça;
- c) a variação do volume da peça.

Admitir: $E = 80 \text{ GPa}$, relação deformação longitudinal por deformação transversal igual a 4 e coeficiente de segurança igual a 2. Desprezar a flambagem.

5 Dimensionar uma peça de uma treliça, sem enfraquecimentos, em madeira e em aço, sujeita a um esforço de tração de 1750 kg.

Dados: Tensão admissível à tração da madeira igual a 170 kg/cm^2 .

Tensão admissível à tração para o aço igual a 1250 kg/cm^2 .

6) Resolver novamente o exercício anterior, considerando que a peça possui enfraquecimento de qualquer natureza.

7) Calcular o máximo esforço de compressão que a peça de madeira (Eucalipto Citriodora) suporta, sabendo que a seção da peça é de $6 \times 12 \text{ cm}^2$, e seu comprimento é de 2 m.

8) Um pilar de 3 m de comprimento, com um extremo engastado e o outro livre, está sujeito a uma carga de 7500 kg. Dimensionar o pilar considerando:

a) em madeira com seção roliça;

b) em madeira com seção quadrada;

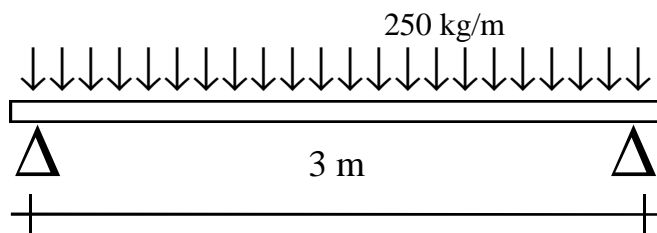
c) em concreto armado, especificando a seção, ferragem e resistência do concreto.

d) em aço com seção circular oca.

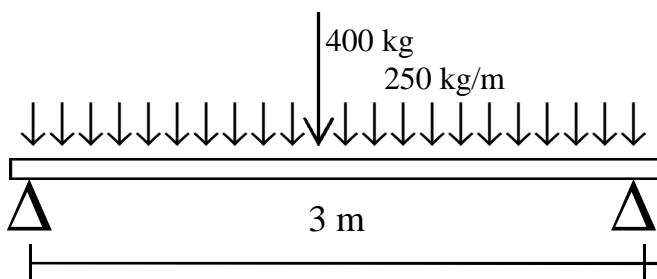
9) Dimensionar a fundação para suportar a carga advinda do pilar do exercício anterior. Fazer as considerações que achar necessário.

10) Dimensionar as vigas abaixo utilizando a madeira como material de construção.

a)



b)



c)

